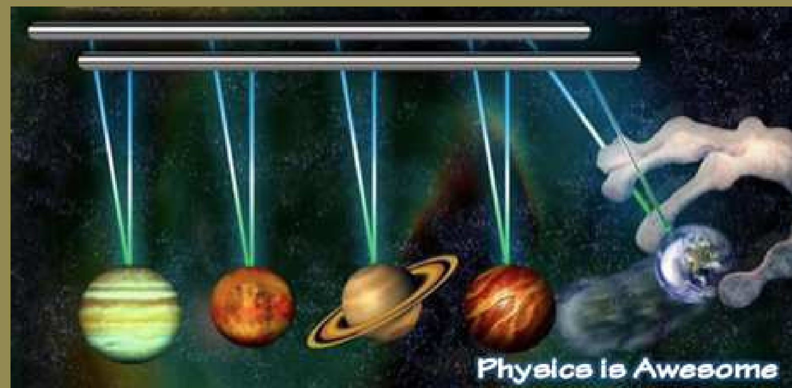
# ភាគទី១

- ស៊ីនេម៉ាទិចនៃចំនុចរូបធាតុ
- ឌីណាមិចនៃចំនុចរូបធាតុ
- ឌីណាមិចនៃប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុ និងអង្គធាតុរឹង
- ថាមពល

△ លំហាត់មានដំណោះស្រាយ

△ លំហាត់ស្រាវជ្រាវមានចំលើយសម្រាប់ផ្ទៀងផ្ទាត់

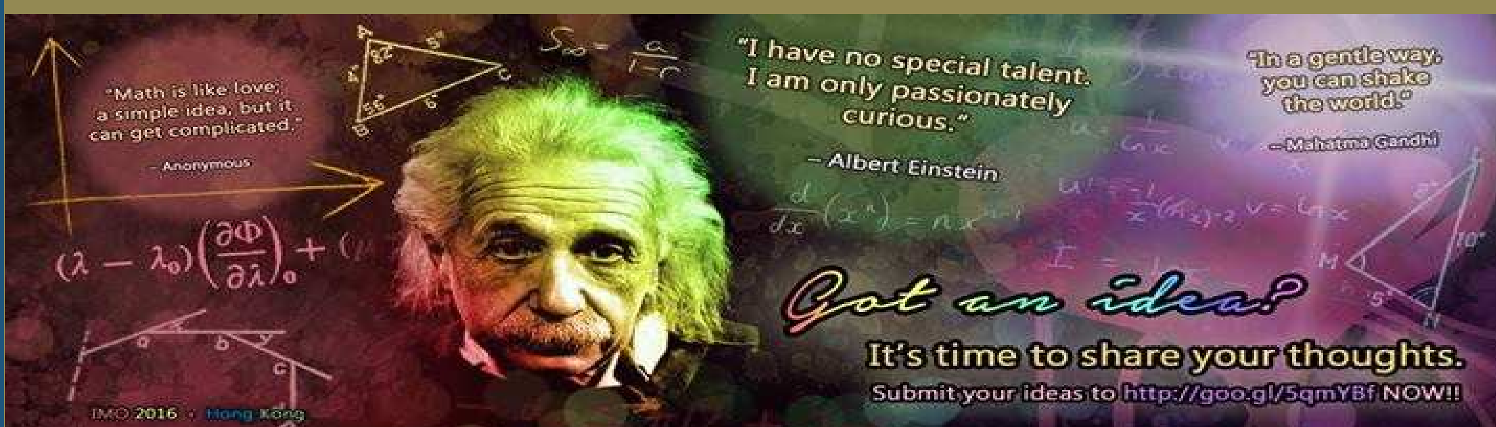



○ សម្រាប់បំប៉នសិស្សពូកែថ្នាក់ទី ១០ - ១១ - ១២

○ សម្រាប់ត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែថ្នាក់ខេត្ត និងថ្នាក់ជាតិ

HIGHSCHOOLCAMBODIA

*we gave you what we have!!*




www.highschoolcam.wordpress.com

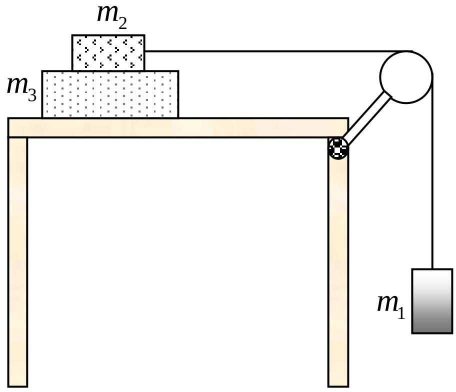
www.highschoolcam.wordpress.com

បកប្រែដោយ កែវ ស៊ី

ឆ្នាំសិក្សា២០១៣-២០១៤

Ex1: គេឲ្យប្រព័ន្ធមេកានិចដូចរូប។ រ៉កមានម៉ាសអាចចោលបាន, ខ្សែចងមិនយឺត និងមិនគិតម៉ាស។ $m_1=2kg; m_3=1kg$, មេគុណកកិតដោយរអិល រវាង $m_3$ ជាមួយប្លង់តុនៅនឹងគឺ $\mu_1=0;2$, មេគុណកកិតដោយរអិលរវាង $m_2$ និង $m_3$ គឺ $\mu_2=0,4$, យក $g=10m/s^2$។

ប្រព័ន្ធត្រូវបានលែងឲ្យមានចលនានៅស្ងៀម។



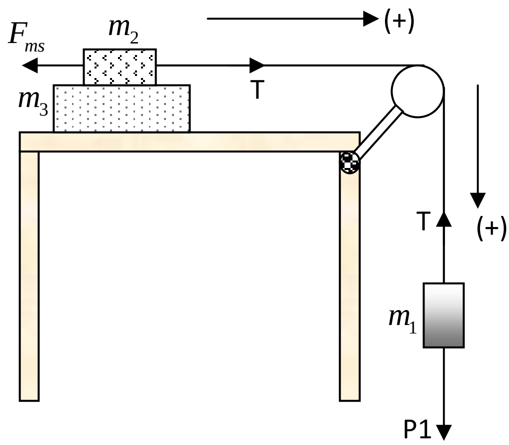

$a)$ កំណត់ $m_2$ ដើម្បីឲ្យវាមិនរអិលនៅលើ $m_3$ ពេលប្រព័ន្ធមានចលនា?

$b)$ រក $m_2$ ដើម្បីឲ្យសំទុះរបស់ $m_3$ ស្មើនឹងពាក់កណ្ដាលសំទុះរបស់ $m_2$ ពេលប្រព័ន្ធផ្លាស់ទី? ពេលនោះ តើសំទុះរបស់ $m_2$ ស្មើប៉ុន្មាន?

(VNPho 30-4-2012, Grade 10, P2)

## សម្រាយ

$a)$ ឧបមាថា $m_2$ នៅស្ងៀមនៅលើ $m_3$ ហើយប្រព័ន្ធទាំងមូលផ្លាស់ទីដោយសំទុះ $a$, ទិសដៅវិជ្ជមានកំណត់ដូចរូប។




+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះប្រព័ន្ធទាំងមូល យើងបាន:

$$(m_1+m_2+m_3).a = P_1 - \mu_1(P_2+P_3)$$

ជំនួសលេខ យើងបាន:

$$a = \frac{20-0,2(10m_2+10)}{3+m_2} = \frac{18-2m_2}{3+m_2} \qquad (1)$$

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះ $m_1$ យើងបាន:

$$T = m_1 g - m_1 a = 20 - 2a \qquad (2)$$

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះ $m_2$ យើងបាន:

$$m_2 a = T - F_{ms} \Rightarrow F_{ms} = T - m_2 a \qquad (3)$$

+ ដោយ $m_2$ មិនរអិលនៅលើ $m_3$ យើងបាន:

$$F_{ms} \le \mu_2 m_2 g \Rightarrow F_{ms} \le 4m_2 \qquad (4)$$

ជំនួស $(1);(2);(3)$ ចូល $(4)$ រួចសំរួលទៅ យើងបានវិសមីការ:

$$m_2^2 + 3m_2 - 12 \ge 0$$

$\Rightarrow\ m_2 \le \dfrac{-3-\sqrt{57}}{2}(kg)$ (មិនយក), $m_2 \ge \dfrac{-3+\sqrt{57}}{2}(kg)$ (យក)

+ ម្យ៉ាងទៀត តាម $(1)$ យើងបាន $a > 0$ ពេល $m_2 < 9(kg)$

សន្និដ្ឋាន: ដូចនេះ ដើម្បីឲ្យ $m_2$ មិនរអិលនៅលើ $m_1$ ពេលប្រព័ន្ធផ្លាស់ទី គឺ:

$$\frac{-3+\sqrt{57}}{2} \leq m_2 < 9$$

$b)$ តាងសំទុះរបស់ $m_1$ និង $m_2$ ដោយ $2a$ នោះសំទុះរបស់ $m_3$ គឺ $a$ ។

តាងកំលាំងកកិតរវាង $m_3$ ជាមួយនឹងប្លង់តុដោយ $F'_{ms}$ ។ កំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើអង្គធាតុនីមួយៗ ត្រូវបានគូសដូចរូប។

អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ចំពោះអង្គធាតុនីមួយ យើងបានសមីការខាងក្រោម:

$$m_1 g - T = m_1.2a \qquad (5)$$

$$T - F_{ms2} = m_2.2a \qquad (6)$$

$$F_{ms2} - F_{ms1} = m_3.a \qquad (7)$$

ចំពោះ $F_{ms2} = \mu_2 m_2 g$ និង $F_{ms1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 (m_2 + m_3).g \qquad (8)$

ជំនួស $(8)$ ចូល $(6)$ និង $(7)$, រួចជំនួសលេខចូល យើងបាន:

$$m_2^2 + 2m_2 - 7 = 0 \Rightarrow m_2 \approx 1,83kg \Rightarrow a_2 = 2a \approx 3,31(\text{m/s}^2)$$

Ex2: គេទំលាក់គ្រាប់ឃ្លីដោយសេរីជាបន្តបន្ទាប់ក្នុងចន្លោះពេលស្មើគ្នាៗ ពីលើដំបូលផ្ទះមួយ, ពេលគ្រាប់ឃ្លីទីមួយប៉ះដី គឺគ្រាប់ឃ្លីទីពីរធ្លាក់បានពាក់កណ្តាលកំពស់ធ្លាក់។ តើពេលនោះដែរគ្រាប់ឃ្លីទីបីធ្លាក់បានប៉ុន្មានភាគនៃកំពស់ធ្លាក់? តើគ្រាប់ឃ្លីចំនួនប៉ុន្មាន ដែលគេបានទំលាក់រហូតដល់ពេលគ្រាប់ឃ្លីទីមួយប៉ះដី? គេឲ្យ $g = 10m/s^2$ ។

(VNPho 30-4-2012, Grade 10, P1)

## សម្រាយ

រយៈពេលធ្លាក់របស់ឃ្លីមួយគ្រាប់ រហូតប៉ះដី: $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

រយៈពេលដែលគ្រាប់ឃ្លីធ្លាក់បានពាក់កណ្តាលកំពស់ធ្លាក់: $t_2 = \sqrt{\frac{h}{g}}$

ចន្លោះពេលរវាងគ្រាប់ឃ្លីពីរត្រូវបានទំលាក់: $\Delta t = t_1 - t_2 = (\sqrt{2}-1)\sqrt{\frac{h}{g}}$

រយៈពេលដែលគ្រាប់ឃ្លីទីបីបានធ្លាក់: $t_3 = t_2 - \Delta t = 2t_2 - t_1 = (2-\sqrt{2})\sqrt{\frac{h}{g}}$

កំពស់ធ្លាក់របស់គ្រាប់ឃ្លីទីបី ក្នុងពេលដែលគ្រាប់ឃ្លីទីមួយប៉ះដី:

$$h_3 = \frac{1}{2} g t_3^2 = \frac{g}{3}.\frac{h}{g}.(2-\sqrt{2})^2 = h(3-2\sqrt{2})$$

យើងបាន: $n=\frac{t}{\Delta t}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{\frac{h}{g}}}{(\sqrt{2}-1)\sqrt{\frac{h}{g}}}\approx 3,4$

ដូចនេះ គេទំលាក់បានឃ្លី $4$ គ្រាប់។

Ex3: មនុស្សម្នាក់ជិះម៉ូតូពី $A$ ទៅ $B$ នៅចំងាយពីគ្នា $400m$ ។ ពាក់កណ្ដាលផ្លូវដំបូង, ម៉ូតូជិះនៅលើផ្លូវកៅស៊ូដោយល្បឿនមិនប្រែប្រួល $V_1$, ពាក់កណ្ដាលផ្លូវចុងក្រោយ ម៉ូតូជិះនៅលើផ្លូវខ្សាច់ នាំឲ្យល្បឿនវាថយចុះនៅត្រឹម $V_2=\frac{V_1}{2}$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿន $V_1, V_2$ ដើម្បីឲ្យ ក្នុងពេល $1$ នាទីក្រោយមកគាត់ជិះទៅដល់ចំនុច $B$ ។

## សម្រាយ

រយៈពេលម៉ូតូផ្លាស់ទីនៅលើផ្លូវកៅស៊ូ:

$$t_1=\frac{S}{2V_1}\quad (S=AB)$$

រយៈពេលម៉ូតូផ្លាស់ទីនៅលើផ្លូវខ្សាច់:

$$t_2=\frac{S}{2V_2}=\frac{S}{2\frac{V_1}{2}}=\frac{S}{V_1}$$

លក្ខខណ្ឌលំហាត់: $t_1+t_2=t=1$ នាទី $=60$ វិនាទី

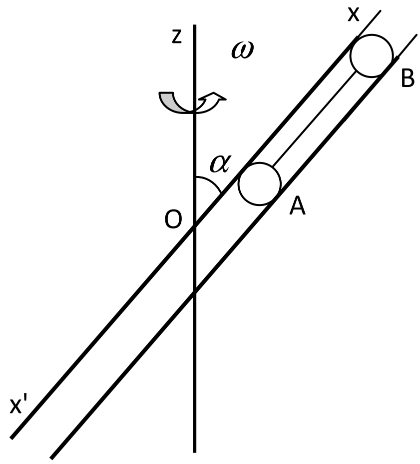
គឺថា $\frac{S}{2V_1}+\frac{S}{V_1}=60$

$\Leftrightarrow\quad \frac{S+2S}{2V_1}=\frac{3S}{2V_1}=60$

$\Leftrightarrow\quad V_1=\frac{3S}{2.60}=\frac{3.400}{2.60}=10m/s$

ដូចនេះ $V_1=10m/s$ និង $V_2=5m/s$

Ex4: បំពង់ទុយោ $x'x$ មួយ មានអង្កត់ផ្ចិតតូច ត្រូវបានគេភ្ជាប់ឲ្យនៅនឹងថ្គល់ ជាមួយអ័ក្សឈរ $Oz$ ត្រង់ចំនុច $O$។ បំពង់ផ្គុំជាមួយអ័ក្ស $Oz$ បានមុំ $\alpha$ ដូចរូប។ អ័ក្ស $Oz$ វិលដោយល្បឿនមុំ $\omega$។ ក្នុងបំពង់មានគ្រាប់ឃ្លីតូចពី $A$ និង $B$ ដែលមានម៉ាសរៀងគ្នាគឺ $M$ និង $m$, ភ្ជាប់គ្នាដោយរបាររឹង, ស្រាល និងមានប្រវែង $l$។ ឃ្លីទាំងពីរអាចរអិលដោយគ្មានកកិតក្នុងបំពង់។ ក្នុងពេលវិល $A$ និង $B$ តែងស្ថិតនៅខាងលើ $O$ ជានិច្ច។




$a)$ តាង $x=OB$, គណនា $x$ ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង

$b)$ រកលក្ខខណ្ឌរបស់ $\omega$ ដើម្បីឲ្យប្រព័ន្ធមានលំនឹង

$c)$ លំនឹងរបស់ប្រព័ន្ធជាលំនឹងស៊ប់ រឺមិនស៊ប់? ចូរបកស្រាយ។

(VNPho 30-4-2012, Grade 10, P3)

## សម្រាយ

$a)$ ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង:

ជ្រើសយកតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងបំពង់ទុយោវិល។

យើងឃើញថា ប្រព័ន្ធរងអំពើនៃកំលាំង:

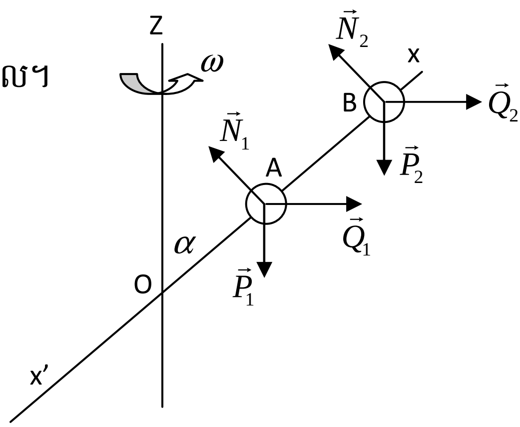
+ ទំងន់ $\vec{P}_1$ និង $\vec{P}_2$

+ កំលាំងនិចលភាពចាកផ្ចិត $\vec{Q}_1$ និង $\vec{Q}_2$

+ កំលាំប្រតិកម្ម $\vec{N}_1$ និង $\vec{N}_2$

ដែល $Q_1 = M\omega^2(x-l)\sin\alpha$

$Q_2 = m\omega^2 x\sin\alpha$




ចំនោលកំលាំងទាំងអស់ទៅលើអ័ក្ស $xx'$ ហើយតាងផលបូកបណ្ដាចំនោលកែងដែលមានទិសដៅពី $B$ ទៅ $A$ ដោយ $F_1$ និងតាងផលបូកបណ្ដាចំនោលកែងដែលមានទិសដៅពី $A$ ទៅ $B$ ដោយ $F_2$, យើងបាន:

$$F_1 = Mg\cos\alpha + mg\cos\alpha = (M+m)g\cos\alpha \qquad (1)$$

$$F_2 = M\omega^2(x-l)\sin^2\alpha + m\omega^2 x\sin^2\alpha = [M(x-l)+mx]\omega^2\sin^2\alpha \qquad (2)$$

លក្ខខណ្ឌលំនឹង: $F_1 = F_2$

តាម (1) និង (2) ទាញបាន: $x = \dfrac{Ml}{M+m} + \dfrac{g\cos\alpha}{\omega^2\sin^2\alpha}$ (3)

$b)$ លក្ខខណ្ឌរបស់ $\omega$ ដើម្បីឲ្យមានលំនឹង:

ត្រូវមាន: $x > l$

តាម (3) ទាញបាន: $\omega < \frac{1}{\sin\alpha}\sqrt{\frac{(M+m)g\cos\alpha}{ml}}$ នាំឲ្យ $\omega < \omega_0$

$c)$ លក្ខណៈនៃលំនឹង:

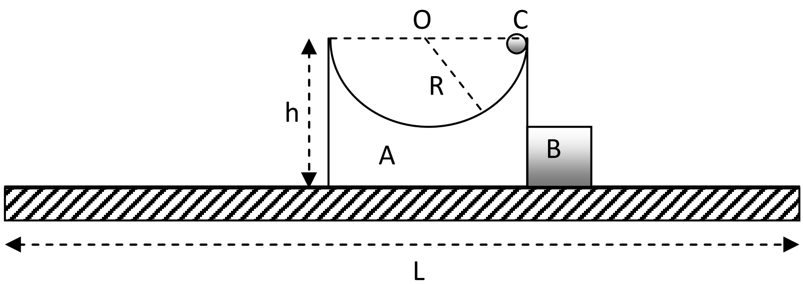
បើក្រោយមក $\omega > \omega_0$ នាំឲ្យ $F_2$ កើនឡើង, $F_1$ នៅតែមិនប្រែប្រួល នោះ $A, B$ នឹងផ្លាស់ទីទៅរក $x$។ ដូចនេះ លំនឹងនេះជាលំនឹងមិនស៊ប់។

Ex5: នៅលើប្លង់តុរលោងរាបស្មើ មានប្រវែង $L$, មានដាក់វត្ថុពីរ $A$ និង $B$ ប៉ះគ្នា។ ផ្ទៃខាងលើរបស់ $A$ គឺជាទរបង្ហូរដែលមានរាងជាកន្លះរង្វង់កាំ $R$ $(R << L)$, កំពស់របស់កំពូលទរបង្ហូរធៀបនឹងប្លង់តុគឺ $h$។ វត្ថុ $C$ តូចមួយ រអិលដោយគ្មានល្បឿនដើមពីចំនុចខ្ពស់បំផុតរបស់ទរបង្ហូរ ចុះទៅក្រោម(មើលរូប)។ ម៉ាសរបស់ $A; B; C$ សុទ្ធតែស្មើនឹង $m$។ ដឹងថា ពីដំបូង $A$ ស្ថិតនៅចំកណ្តាលប្លង់តុ ហើយក្នុងចលនាផ្លាស់ទី $A$ និង $C$ ប៉ះគ្នាជានិច្ច។ មិនគិតកកិតនៅត្រង់ផ្ទៃប៉ះទាំងអស់។ សួរថា:

$a)$ ពេល $A$ និង $B$ ទើបដាច់ចេញពីគ្នា តើល្បឿនរបស់ $B$ ស្មើប៉ុន្មាន? ដឹងថាពេលនោះវត្ថុ $B$ មិនទាន់ធ្លាក់ចេញពីប្លង់តុទេ។

$b)$ ក្រោយពេល $A$ និង $B$ ដាច់ចេញពីគ្នា តើកំពស់អតិបរមារបស់ $C$ ធៀបនឹងប្លង់តុស្មើប៉ុន្មាន?

$c)$ វត្ថុ $A$ ធ្លាក់ទៅដី ពីខាងឆ្វេង រឺខាងស្តាំតែមតុ? គណនារយៈពេលគិតចាប់ពីវត្ថុ $A$ ដាច់ចេញពីវត្ថុ $B$ រហូតដល់ពេលវាធ្លាក់ទៅដី។ ចាត់ទុកថាវិមាត្ររបស់ $A$ អាចចោលបានបើធៀបនឹងប្រវែង $L$ របស់ប្លង់តុ។




## សម្រាយ

$a)$ ពេល $C$ ត្រូវបានលែង, កំលាំងប្រតិកម្មរបស់ $C$ មានអំពើធ្វើឲ្យវត្ថុ $A; B$ ផ្លាស់ទីប៉ះគ្នា $(v_A = v_B)$, ពេល $C$ ទៅដល់ចំនុចទាបបំផុតរបស់រង្វង់, $C$ បន្តផ្លាស់ទីទៅខាងឆ្វេង, កំលាំងប្រតិកម្មរបស់ $C$ មានអំពើធ្វើឲ្យអង្គធាតុ $A$ ផ្លាស់ទីយឺតទៅៗ។ ដូចនេះ យើងអាចមើលឃើញថា

វត្ថុ $A; B$ នឹងដាច់ចេញពីគ្នាពេល $C$ ឆ្លងកាត់ចំនុចទាបបំផុតរបស់រង្វង់។

ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនានៃប្រព័ន្ធ តាមទិសដេក:

$$0 = -mv_C + 2mv_B \to v_C = 2mv_B \quad (1)$$

ច្បាប់រក្សាថាមពល: $mgR = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}mv_B^2 \quad (2)$

តាម $(1)$ និង $(2)$ យើងបាន: $v_B = \frac{1}{3}\sqrt{3gR} \quad (3)$

$b)$ ពេល $A$ និង $B$ ដាច់ចេញពីគ្នា, នោះវត្ថុ $C$ បន្តរអិលនៅលើរង្វង់របស់ $A$, ពេលវានោះឡើងដល់កំពស់អតិបរមា នោះវានឹងមានល្បឿនដូចគ្នានឹង $A$។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនាតាមទិសដេក ចំពោះ $A$ និង $C$ ក្នុងចលនានេះ យើងបាន:

$$mv_A - mv_C = mv \Rightarrow v = -\frac{v_A}{2} \quad (4)$$

និងច្បាប់រក្សាថាមពល: $\frac{1}{2}mv_C^2 + v_A^2 + mg(h-R) = \frac{1}{2}mv^2 + mgh_{max} \quad (5)$

ជំនួសបណ្ដាតំលៃនៅ $(3)$ និង $(4)$ ចូល $(5)$, យើងរកបាន: $h_{max} = h - \frac{R}{4}$

$c)$ ពេល $C$ ទៅដល់ចំនុចទាបបំផុតនៃរង្វង់, វាមានល្បឿនស្មើនឹង $v_C = 2v_A$ ហើយមានទិសដៅទៅខាងឆ្វេង, ល្បឿនរបស់ទីប្រជុំទំងន់នៃប្រព័ន្ធ $(A;C)$ គឺ:

$$2mv_{kt} = 2v_C + mv_A \Rightarrow v_{kt} = -\frac{v_A}{2}$$

ដោយមិនមានកកិត នោះក្រោយពេល $A$ ដាច់ចេញពី $B$ គឺទីប្រជុំទំងន់របស់ប្រព័ន្ធ $A$ និង $C$ ផ្លាស់ទីត្រង់ស្មើទៅខាងឆ្វេងដោយល្បឿន $v_{kt} = \frac{v_A}{2}$

រយៈពេលរអិលដល់គែមតុ: $t = \frac{\frac{L}{2}}{v_{kt}} = \frac{\frac{L}{2}}{\frac{v_A}{2}} = \frac{L\sqrt{3}}{\sqrt{gR}}$ ។

Ex6: ចំនុចរូបធាតុមួយ ផ្លាស់ទីពី $A$ ទៅ $B$ នៅចំងាយ $s$ ពី $A$។ ឲ្យតែផ្លាស់ទីបាន $3$ វិនាទី នោះចំនុចរូបធាតុឈប់ $1$ វិនាទី។ ក្នុងពេល $3$ វិនាទីដំបូង ចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0 = 5m/s$ ។ ក្នុងចន្លោះពេល $3$ វិនាទីបន្តបន្ទាប់ទៀត ចំនចរូបធាតុផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $2v_0$, $3v_0, ..., nv_0$ ។ គណនាល្បឿនមធ្យមរបស់ចំនុចរូបធាតុ នៅលើចំងាយចរ $AB$ ក្នុងករណី:

$a)$ $s = 315m$

$b)$ $s = 325m$ ។

## សម្រាយ

តាង $t_1 = 3(s)$

តាងចំងាយចរដែលចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីបានក្រោយពេល $nt_1(n>1)$ វិនាទីដោយ $s$:

$$s = s_1 + s_2 + ... + s_n$$

ក្នុងនោះ $s_1$ ជាចំងាយចរដែលចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីបានក្នុង 3 វិនាទីដំបូង។

$s_2, s_3, ..., s_n$ ជាចំងាយចរដែលចំនុចរូបធាតុផ្លាស់ទីបានក្នុងបណ្តាចន្លោះពេល 3 វិនាទីបន្តបន្ទាត់មកទៀត។ ទាញបាន:

$$s = v_0t_1 + 2v_0t_1 + ... + nv_0t_1 = v_0t_1(1+2+...+n)$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2}v_0t_1 = 7,5n(n+1)\ \ (m)$$

$a)$ ពេល $s = 315m \Rightarrow 7,5n(n+1) = 315 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 6 \\ n = -7 \end{array}\right.$ (មិនយកតម្លៃ $n=-7$ )

រយៈពេលផ្លាស់ទី: $t = nt_1 + n - 1 = 23\ \ (s)$

ល្បឿនមធ្យម: $\overline{v} = \frac{s}{t} = \frac{315}{23} = 13,7\ \ (m/s)$

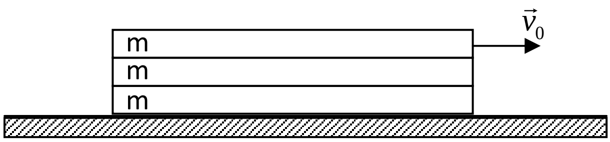
$b)$ ពេល $s = 325\,m$:

រយៈពេលផ្លាស់ទី 315 មែត្រដំបូងស្មើនឹង 23 វិនាទី

រយៈពេលផ្លាស់ទី 10 ចុងក្រោយគឺ $\Delta t = \frac{10}{v_{n+1}} = \frac{10}{7,5} = 0,29\ \ (s)$

ល្បឿនមធ្យម: $\overline{v} = \frac{325}{23+0,29+1} = 13,38\ \ (m/s)$

Ex7: នៅលើប្លង់តុដេកមួយ, មានរបារបីប្រវែងស្មើគ្នា ដេកត្រួតលើគ្នា (មើលរូប)។ ម៉ាសរបារនីមួយៗស្មើនឹង $m$ ។ របារទាំងបីត្រូវបានលាបខ្លាញ់រំអិល។ ពេលផ្លាស់ទី កំលាំងកកិតរវាងរបារទាំងបី, ក៏ដូចជារវាងរបារខាងក្រោមបំផុតជាមួយនឹងប្លង់តុ សមាមាត្រនឹងល្បឿនធៀប: $\vec{F} = -k\vec{v}_{td}$ ។ ដំបូងរបារទាំងបីនៅស្ងៀម, ក្រោយមករបារខាងលើបំផុត ត្រូវបានផ្តល់ល្បឿន $\vec{v}_0$ តាមទិសដេក។ កំណត់កំរិតផ្លាស់ទីធៀបរបស់របារទាំងបី ក្រោយពេលឈប់មានចលនា។



## សម្រាយ

ពិនិត្យប្រព័ន្ធដែលមាន $n$ របារដូចប្រធានលំហាត់ ($n=1;2;3$) តាមលំដាប់ពីលើចុះក្រោម

កំលាំងដែលមានអំពើ ធ្វើឲ្យប្រព័ន្ធផ្លាស់ទី គឺជាកំលាំងកកិតមានចំនោលកែងលើអ័ក្ស $Ox$:

$$F_n=-k(v_n-v_{n+1})$$

$v_n$ និង $v_{n+1}$ ជាល្បឿនរបស់បណ្ដារបារនៅក្នុងតំរុយនៃបន្ទប់ពិសោធន៍

ពេលនោះ, នៅក្នុងកំរិតផ្លាស់ទីខ្លីៗនីមួយៗ, យើងអនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនៈ

$$\Delta p_{nx}=-k(v_n-v_{n+1})\Delta t=-k(\Delta x_n-\Delta x_{n+1})=-k\Delta x_{ntd}$$

ចំពោះ $\Delta p_{nx}$ : ជាបម្រែបម្រួលបរិមាណចលនារបស់របារ (?)

$\Delta x_n-\Delta x_{n+1}$ : កំរិតផ្លាស់ទីរបស់របារទាំងបី (ក្នុងតំរុយក្នុងបន្ទប់ពិសោធន៍)

$\Delta x_{ntd}=\Delta x_n-\Delta x_{n+1}$ : កំរិតផ្លាស់ទីរបស់របារទី $n$ ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងរបារទី $n+1$

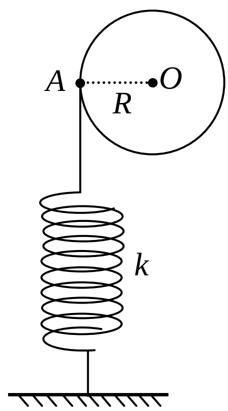
ដោយមានកកិត នោះពេលឈប់មានចលនា, យើងបានៈ

$$\sum\Delta p_{nx}=-k\sum\Delta x_{ntd}\ \Rightarrow\ 0-mv_0=-kL_{ntd}$$

ដែល $L_{ntd}=\sum\Delta x_{ntd}$ : កំរិតផ្លាស់ទីធៀបរបស់របារទី $n$ ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងរបារទី $n+1$ ក្នុងរយៈពេលផ្លាស់ទី

កំរិតផ្លាស់ទីធៀបរបស់បណ្ដារបារគឺដូចគ្នា។ ក្រោយពេលឈប់ស្ងៀម, ប្រព័ន្ធមានរាងដូចជាកាំជណ្ដើរ ដែល "ជំហានរបស់កាំជណ្ដើរ" គឺៈ $L_{ntd}=\dfrac{mv_0}{k}$ ។

Ex8: ថាសស្មើសាច់មួយ, មានម៉ាស $m$, កាំ $R$, អាចវិលជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយស្ថិតក្នុងទិសដេកកាត់តាមផ្ចិត $O$ របស់ថាស (មើលរូប)។ រ៉ឺស័រមានថេរកំរាញ $k$, ចុងម្ខាងនៅនឹង, ចុងម្ខាងទៀតភ្ជាប់ទៅនឹងចំនុច $A$ របស់គែមថាស។ ពេល $OA$ ស្ថិតក្នុងទិសដេក គឺរ៉ឺស័រមានប្រវែងដើម។



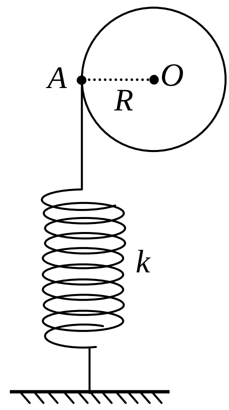

បង្វិលថាសឲ្យបានមុំតូច $\alpha_0$ រួចលែងដោយថ្នមៗ។ ចាត់ទុកថារ៉ឺស័រតែងមានទិសឈរ ហើយម៉ាសរបស់វាអាចចោលបាន។

*a.* មិនគិតគ្រប់កំលាំងកកិត។ គណនាខួបលំយោលរបស់ថាស។

*b.* ការពិត តែងមានកំលាំងទប់របស់ខ្យល់ និងកំលាំងកកិតត្រង់អ័ក្សរង្វិល។ ចាត់ទុកម៉ូម៉ង់ទប់ $M_C$ មានកន្សោម $M_C=\dfrac{kR^2}{200}$ ។

គណនាចំនួនលំយោលរបស់ថាស ក្នុងករណី $\alpha_0=0{,}1rad$ ។

## សម្រាយ




$a.$ បង្វិលថាសឲ្យបានមុំតូច $\alpha$, $A$ ផ្លាស់ទីបានអង្កត់ប្រវែង $R\alpha$

$A$ រងអំពើរបស់កំលាំង $kR\alpha$ ដោយសាររ៉ឺស័រត្រូវប្តូរទ្រង់ទ្រាយ

* ថាសរងអំពើរបស់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងបង្វិល $M = -kR^2\alpha$ (1)

(សញ្ញា$(-)$ព្រោះ $M$ មានទិសដៅផ្ទុយពីទិសដៅរបស់ $\alpha$ )

* ថាសស្មើសាច់, កាំ $R$ មានម៉ូម៉ង់និចលភាព $I = \dfrac{mR^2}{2}$ (2)

* សំទុះមុំ $\gamma = \dfrac{d^2\alpha}{dt^2}$ (3)

* សមីការចលនារបស់អង្គធាតុរឹងវិលជុំវិញអ័ក្ស: $M = I\gamma$ (4)

យក $(1),(2),(3)$ ជំនួសចូល $(4)$ យើងបាន:

$$\frac{1}{2}m\alpha'' + k\alpha = 0 \text{ រឺ } \alpha'' + \frac{2k}{m}\alpha = 0$$

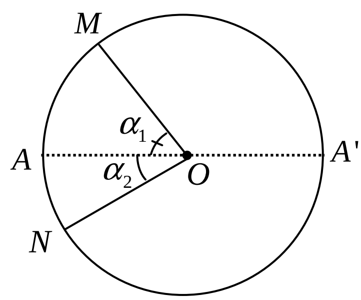
ប្រេកង់មុំ: $\omega = \sqrt{\dfrac{2k}{m}}$ ហើយ ខួប: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{2k}}$

$b.$ ពិនិត្យមើលអង្កត់ $OA$ឆ្លងកាត់ទីតាំងលំនឹងក្នុងមួយលើក

តាង $\alpha_1, \alpha_2$ ជាអំព្លីទុតនៅសងខាងបន្ទាត់ស្ថិតក្នុងទិសដេក

បម្រែបម្រួលថាមពលមេកានិចរបស់ប្រព័ន្ធគឺ:

$$\Delta W = \frac{1}{2}kR^2(\alpha_2^2 - \alpha_1^2)$$




កម្មន្តរបស់ម៉ូម៉ង់ទប់:

$$A_C = -M_C(\alpha_1 + \alpha) = -\frac{kR^2}{200}(\alpha_1 + \alpha_2)$$

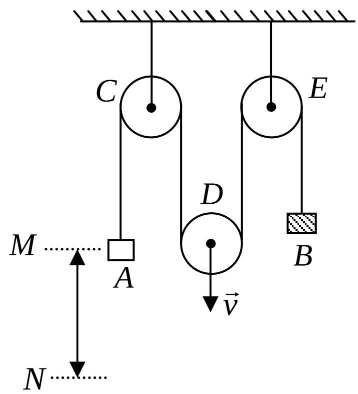
តាមទ្រឹស្តីបទបម្រែបម្រួលថាមពលមេកានិច:

$$\Delta W = A_C \to \alpha_1 - \alpha_2 = \frac{1}{100}$$

ចំនួនលំយោល: $n = \dfrac{\alpha_0}{2(\alpha_1 - \alpha_2)} = 5$

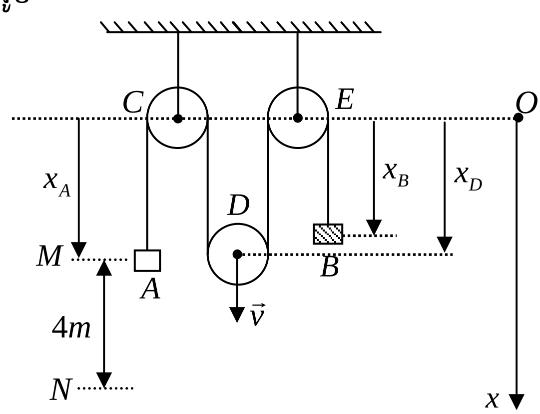
Ex9: គេឲ្យប្រព័ន្ធដូចរូប។ $D$ ជារ៉កចល័ត តែងត្រូវបាន ទាញចុះក្រោមដោយល្បឿនថេរ $2m/s$ ។ $C$ និង $E$ ជារ៉ក នឹងពីរ។ ពេល $t=0$, អង្គធាតុ $A$ ចាប់ផ្តើមផ្លាស់ទីពីទីតាំង $M$ $(v_0=0)$ ដោយសំទុះថេរ។ ពេលទៅដល់ $N$ $(MN=4m)$, $A$ មានល្បឿន $8m/s$ ។ ចាត់ទុកថារ៉កស្រាលមិនគិតម៉ាស, ខ្សែមិនយឺត។

រកបំរែបំរួលកំពស់របស់ $B$, ល្បឿននិងសំទុះរបស់ $B$ ។




## សម្រាយ

ជ្រើសរើសតំរុយដូចរូប




+ ពិនិត្យដុំ $A$: $v^2 = 2.a_A.MN \;\Rightarrow\; a_A = \dfrac{v^2}{2.MN} = 8m/s^2$

$$v = a_A.t \;\Rightarrow\; t = \frac{v}{a_A} = 1s$$

+ ពិនិត្យរ៉ក $D$ (ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ស្មើ): $S_D = v.t = 2m$ (*)

+ ពិនិត្យដុំ $B$: ដោយខ្សែមិនយឺត, តាមរូបយើងបាន: $x_A + 2x_D + x_B = const$ (1)

ក្រោយរយៈពេល $\Delta t = 1s$ : $\Delta x_A + 2\Delta x_D + \Delta x_B = 0$

តាមបំរាប់ $\Delta x_A = 4m$, តាម (*) $\Delta x_D = 2m$

$$(1) \;\Rightarrow\; 4 + 2.2 + \Delta x_B = 0 \;\Rightarrow\; \Delta x_B = -8m$$

ដូចនេះ ចេញពីទីតាំងដើម $B$ ផ្លាស់ទីទៅលើបាន $8m$

ចែកអង្គទាំងពីរនៃ (1) នឹង $\Delta t$ តូចបំផុត: $v_A + 2v_D + v_B = 0$ (2)

ជំនួស $v_A = 8m/s$ និង $v_D = 2m/s$ ចូល (2) $\Rightarrow v_B = -12m/s$ ( $B$ ផ្លាស់ទីទៅលើ)

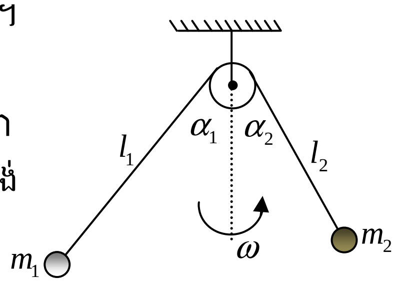
ចែកអង្គទាំងពីរនៃ (2) នឹង $\Delta t$ តូចបំផុត: $a_A + 2a_D + a_B = 0$

ជំនួស $a_A = 8m/s^2$ និង $a_D = 0$ ($D$ ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ស្មើ)

$\Rightarrow\ a_B = -8m/s^2$ ($B$ ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់ស្ទុះស្មើឡើងទៅលើ)

សរុបមក យើងបាន: $\Delta x_B = -8m, v_B = -12m/s, a_B = -8m/s^2$ , សញ្ញា $(-)$ បញ្ជាក់ពីទិសដៅរបស់អង្គធាតុ $B$ ដែលផ្លាស់ទីផ្ទុយពីទិសដៅសន្មត។

Ex10: ស្វ៊ែពីរមានម៉ាស $m_1 = 150g$ និង $m_2 = 200g$ ភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែស្រាលមិនយឺត មានប្រវែង $l = 1m$ ។ ខ្សែត្រូវបានថ្ពក់កាត់តាមរ៉កស្រាលដូចរូប។ គេបង្វិលទំរព្យួររ៉ក ជុំវិញអ័ក្សឈរត្រង់ដោយល្បឿនមុំមិនប្រែប្រួល $\omega = 6rad/s$ ។ ស្វ៊ែទាំងពីរត្រូវបានផ្តាច់ចេញពីគ្នា (មិនដាច់ចេញពីខ្សែទេ) ហើយធ្វើចលនាវង់នៅលើបណ្តាប្លង់ដេក។ យក $g = 10m/s^2$ ។ គណនា:

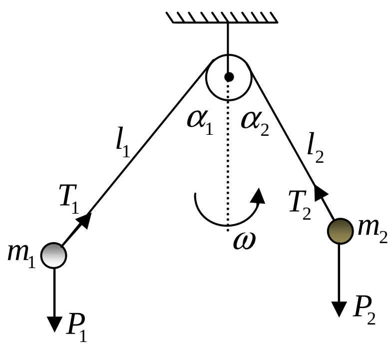



$a$). ប្រវែងអង្កត់ខ្សែ $l_1, l_2$ ។

$b$). កាំគន្លងរបស់ស្វ៊ែទាំងពីរ។

## សម្រាយ

$a$. អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុនីមួយៗ:




$$\vec{P} + \vec{T} = m_1\vec{a_1}$$
$$\vec{P_2} + \vec{T} = m_2\vec{a_2} \qquad (1)$$

ដែល $T_1 = T_2 = T$

ចំនោល (1) លើទិសឈរ:

$$T\cos\alpha_1 - P_1 = 0$$
$$T\cos\alpha_2 - P_2 = 0 \qquad (2)$$

ចំនោល (1) លើទិសដេក:

$$T\sin\alpha_1 = m_1\omega^2 R_1 = m_1\omega^2 l_1 \sin\alpha_1$$
$$T\sin\alpha_2 = m_2\omega^2 R_2 = m_2\omega^2 (l - l_1)\sin\alpha_2 \qquad (3)$$

តាមប្រព័ន្ធ (3) យើងរកបាន $l_1 \approx 0,571m$ និង $l_2 = 0,429m$ ។

ទាញបានកំលាំងតំនឹង $T \approx 3,086N$ ។

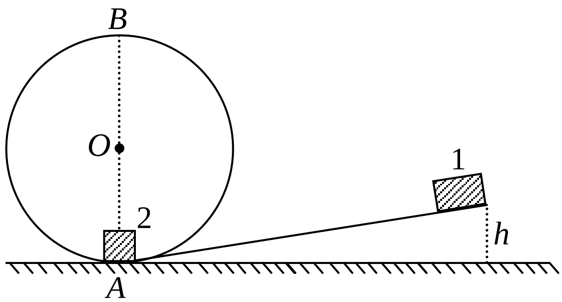
$b$. តាមប្រព័ន្ធ (2) យើងរកបានបណ្តាមុំ $\alpha$ :

$$\cos\alpha_1 = m_1 g / T = 0,486 \Rightarrow \alpha_1 \approx 60^0 55'$$

$\cos\alpha_2 = m_2 g / T = 0,648 \Rightarrow \alpha_2 \approx 49^0 36'$

បណ្តាកាំ: $R_1 = l_1 \sin\alpha_1 \approx 0,499m$ និង $R_2 = l_2 \sin\alpha_2 = 0,327m$ ។

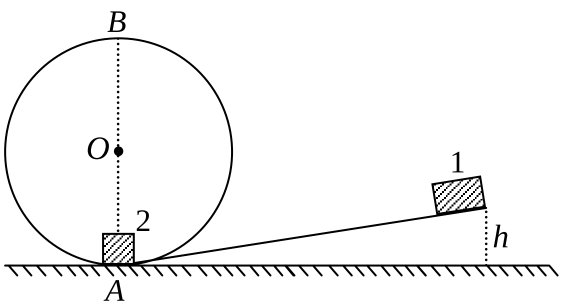
Ex11: ក្នុងប្លង់ឈរត្រង់, ទររាងជាប្លង់ទេមួយត្រូវបានភ្ជាប់ជាមួយនឹងទររាងជារង្វង់នៅត្រង់ចំនុចប៉ះ $A$ របស់ទររាងជារង្វង់ទៅនឹងប្លង់ដេកដូចរូប។ នៅកំពស់ $h$ លើទររាងជាប្លង់ទេ មានវត្ថុទី១ (ម៉ាស $m_1 = 2m$), នៅត្រង់ចំនុច $A$ មានវត្ថុទី២ (ម៉ាស $m_2 = m$)។ វត្ថុទាំងពីរអាចរអិលដោយគ្មានកកិតនៅលើទរ។ គេលែងដោយថ្នមៗ ឲ្យវត្ថុទី១រអិលទៅទង្គិចនឹងវត្ថុទី២។ ទង្គិចនេះ គឺជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង។



$a$). ចំពោះ $h < \frac{R}{2}$ ($R$ ជាកាំរបស់ទររាងជារង្វង់), វត្ថុទាំងពីរផ្លាស់ទីដូចម្តេចក្រោយពេលទង្គិច? គណនាបណ្តាកំពស់អតិបរមា $h_1$ និង $h_2$ ដែលវត្ថុទាំងពីរអាចឡើងដល់ក្រោយពេលទង្គិច។

$b$). គណនាតម្លៃអប្បបរមា $h_{\min}$ របស់ $h$ ដើម្បីឲ្យ ក្រោយពេលទង្គិច វត្ថុទាំងពីរអាចផ្លាស់ទីបានពេញគន្លងទររាងជារង្វង់ដោយមិនធ្លាក់ចេញពីទរ។

## សម្រាយ



$a$. អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច យើងឃើញថា: ពេលទើបទៅដល់ $A$ អង្គធាតុ1មានល្បឿន:

$$\frac{1}{2}.2mv^2 = 2mgh$$

$v = \sqrt{2gh}$ , ទង្គិចខ្ទាតនឹងអង្គធាតុ 2

\+ តាង $v_1$ និង $v_2$ រៀងគ្នាល្បឿនរបស់អង្គធាតុ1 និងអង្គធាតុ 2 ក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម

\+ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច យើងបាន:

$$2mv = 2mv_1 + mv_2 \qquad (1)$$

$$\frac{1}{2}2mv^2 = \frac{1}{2}2mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \qquad (2)$$

\+ តាម (1) & (2) ទាញបាន $v_2 = 4v/3$ និង $v_1 = v/3$

យើងឃើញថា $v_1$ និង $v_2$ មានសញ្ញាដូចគ្នាទៅនឹង $v$ នោះក្រោយពេលទង្គិច អង្គធាតុទាំងពីរបន្តផ្លាស់ទីតាមទិសដៅដំបូងរបស់អង្គធាតុ1។

$+$ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចចំពោះអង្គធាតុនីមួយៗ, យើងរកបានបណ្ដាកំពស់ $h_1$ និង $h_2$ ដែលពួកវាឡើងទៅដល់:

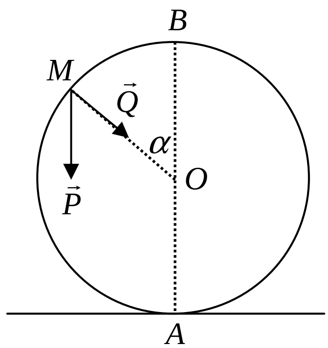
$$\frac{2mv_1^2}{2} = 2mgh_1 \;\Rightarrow\; h_2 = \frac{h}{9}$$

$$\frac{mv_2^2}{2} = mgh_2 \;\Rightarrow\; h_2 = \frac{16h}{9}$$

ដោយ $h < \frac{R}{2}$ នាំឲ្យ $h_1 < \frac{R}{18}(< R)$ ហើយ $h_2 < \frac{8R}{9}(< R)$ ។ មានន័យថា អង្គធាតុទាំងពីរនៅជាប់នឹងទរនៅឡើយ។

*b.* តាង $\alpha$ ជាមុំរវាងកាំ $OB$ និងកាំ $OM$ ភ្ជាប់ពី $O$ ទៅអង្គធាតុទាំងពីរ(ដូចរូប)

$+$ អង្គធាតុ $2$ រងអំពើនៃទំងន់ $\vec{P}$ និងកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{Q}$ របស់ទរ, ព្រោះវាសង្កត់លើទរ។




$+$ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ហើយចំនោលសមីការវិចទ័រលើកាំ $OM$ :

$$mg\cos\alpha + Q = \frac{mv^2}{R}$$

ចំពោះ $v$ ជាល្បឿនរបស់អង្គធាតុ $2$ ត្រង់ $M$

ទាញបាន $Q = \frac{mv^2}{R} - mg\cos\alpha \qquad (3)$

$+$ អង្គធាតុ $2$ នៅជាប់នឹងទរបើ $Q \geq 0$

$+$ អង្គធាតុ $2$ កាន់តែផ្លាស់ទីទៅលើនោះ $v$ កាន់តែថយចុះ ហើយជាងនេះទៀតគឺ $mg\cos\alpha$ កើន (ព្រោះ $\alpha$ ថយចុះ), ដូចនោះ $Q$ ថយចុះបន្តិចម្ដងៗ និងមានតំលៃតូចអប្បរមាពេល $\alpha = 0$ (ត្រូវគ្នានឹងចំនុច $B$ )

ពេលនោះ: $Q_B = \frac{mv_B^2}{R} - mg \qquad (3)$

$+$ បើ $Q_B \geq 0$ នោះអង្គធាតុ $2$ នៅតែជាប់នៅត្រង់ $B$ ហើយវានឹងនៅជាប់ត្រង់គ្រប់ចំនុចផ្សេងទៀតរបស់ទររាងជារង្វង់នោះ។

$+$ តាម $(4)$ ទាញបាន យើងត្រូវមាន $v_B^2 \geq Rg$

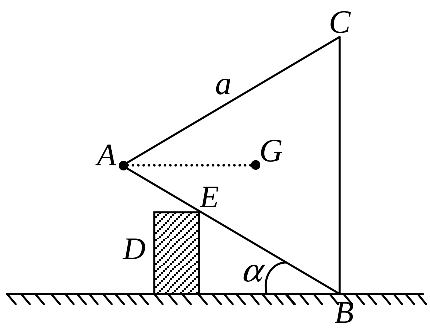
$+$ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច យើងបាន:

$$v_2^2 = v_B^2 + 2g.2R \text{ , ទាញបាន } v_2^2 \geq 5gR$$

$+$ តាមលទ្ធផលនៅសំនួរ $a$ . នោះ $v_2^2 = \frac{16}{9}v^2 = \frac{32}{9}gh \geq 5gR$

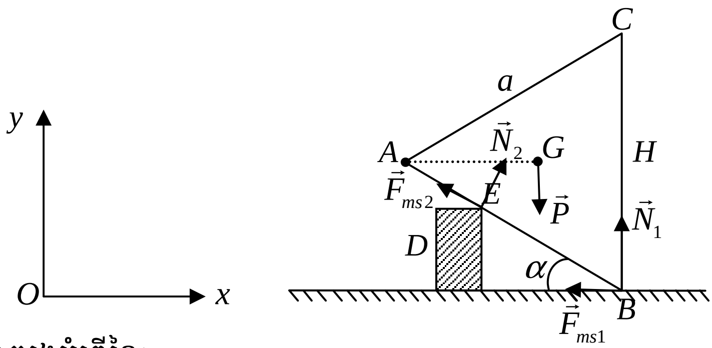
ដូចនេះ $\qquad h_{\min} = \frac{45}{32}R$

Ex12: អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $10kg$ មានរាងជាព្រីស ស្មើសាច់ មានមុខកាត់ជាត្រីកោណសម័ង្ស $ABC$ មានជ្រុង $a = 60cm$ ។ អង្គធាតុត្រូវបានដាក់គងពីលើទំរ នឹង $D$ យ៉ាងណាឲ្យមុខ $BC$ ឈរត្រង់, មុខ $AB$ ប៉ះនឹង ទំរត្រង់ $E$ , ដែល $EB = 40cm$ ។ ចាត់ទុកថាមេគុណ កកិតរវាងអង្គធាតុជាមួយទំរ និងរវាងអង្គធាតុជាមួយ កំរាលគឺដូចគ្នា។




ដឹងថាប្រព័ន្ធមានលំនឹង, រកមេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុនឹងកំរាល។

## សម្រាយ




អង្គធាតុរងអំពើនៃ:

+ ទំងន់ $\vec{P}$

+ កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N}_1$ , កំលាំងកកិត $\vec{F}_{ms1}$ របស់កំរាល

+ កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N}_2$ , កំលាំងកកិត $\vec{F}_{ms2}$ របស់ទំរ

តាមលក្ខខណ្ឌលំនឹងរបស់អង្គធាតុ: $\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{F}_{ms1} + \vec{F}_{ms2} + \vec{P} = 0 \qquad (1)$

ចំនោល $(1)$ ទៅលើតំរុយ $Oxy : Oy$ ឈរត្រង់, $Ox$ ដេក

ចំនោល $(1)$ លើអ័ក្ស $Ox$ និង $Oy$ : $\begin{cases} N_1 + N_2\cos 30^0 + F_{ms2}\sin 30^0 - P = 0 & (2) \\ N_2\sin 30^0 - F_{ms2}\cos 30^0 - F_{ms1} = 0 & (3) \end{cases}$

លក្ខខណ្ឌលំនឹងទូទៅរបស់អ័ក្សរង្វិលត្រង់ $B$ : $N_2.BE - P.GH = 0 \qquad (4)$

ចំពោះ $GH = \dfrac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow N_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}P$ ។ ជំនួស $N_2 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}P$ ចូល $(2)$ និង $(3)$ , យើងបាន:

$$\begin{cases} N_1 + \dfrac{F_{ms2}}{2} - \dfrac{5P}{8} = 0 \Rightarrow F_{ms2} = \dfrac{5P}{3} - 2N_1 \\ \dfrac{\sqrt{3}}{8}P - \dfrac{\sqrt{3}}{2}F_{ms2} - F_{ms1} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow\ \frac{\sqrt{3}}{8}P-\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\frac{5P}{3}-2N_1\right)-F_{ms1}=0\ \Rightarrow\ \frac{-\sqrt{3}P}{2}+\sqrt{3}N_1-F_{ms1}=0$$

$$\Rightarrow\ F_{ms1}=-\frac{\sqrt{3}P}{2}+\sqrt{3}N_1\le\mu N_1$$

$\Rightarrow$ លក្ខខណ្ឌដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមិនរអិល: $\mu\ge\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{P}{N_1}$

$\Rightarrow$ ពេលកើតមានការរអិល: $\begin{cases}F_{ms2}=\mu N_2=\frac{\sqrt{3}\mu}{3}P\Rightarrow N_1=\frac{5P}{8}-\frac{\sqrt{3}\mu P}{8}\\ F_{ms1}=\mu N_1\end{cases}$

$$\Rightarrow\ \mu\ge\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{\frac{1}{8}\left(5-\mu\sqrt{3}\right)}\ \Leftrightarrow\ \mu^2-\frac{8}{\sqrt{3}}\mu+1>0$$

$\Rightarrow\ \begin{cases}\mu>\frac{4}{\sqrt{3}}+\sqrt{\frac{13}{3}}\\ \mu<\frac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{\frac{13}{3}}\end{cases}$ (ដោយនឹងពិនិត្យឃើញថាពេលនោះ: $F_{ms1}\ne\mu N_1$ មិនយក)

ដើម្បីឲ្យអង្គធាតុមិនរអិលគឺ: $\frac{4}{\sqrt{3}}-\sqrt{\frac{13}{3}}\le\mu$

(4) $\Rightarrow\ N_2=43,3(N)$

ជំនួស $N_2$ ចូលសមីការ (2) និង (3) យើងបាន: $2,65\mu^2-100\mu+21,65=0$

ចំពោះលក្ខខណ្ឌ $\mu<1\ \Rightarrow\ \mu\approx0,22$.

Ex13: នៅលើបន្ទាត់ផ្លូវ $(\Delta)$ មានឡានបីកំពុងផ្លាស់ទីតាមទិសដៅតែមួយបន្តកន្ទុយគ្នា។ អ្នកអង្គុយនៅលើឡានទី១ ឃើញខ្យល់បក់ចំឡានរបស់ខ្លួនតាមទិសដៅផ្គុំជាមួយទិស $(\Delta)$ បានមុំ $\alpha=30^0$ ។ អ្នកអង្គុយលើឡានទី៣ ឃើញខ្យល់បក់ចំឡានរបស់ខ្លួនតាមទិសដៅផ្គុំជាមួយទិស $(\Delta)$ បានមុំ $\beta=45^0$ ។

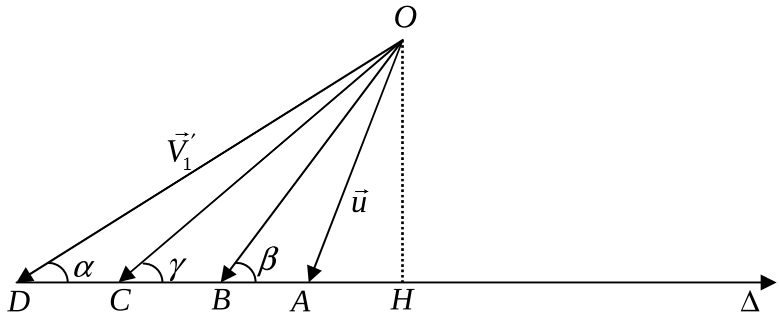
តើអ្នកអង្គុយនៅលើឡានទី២ (មានល្បឿនស្មើនឹងមធ្យមនព្វន្តនៃល្បឿនរបស់ឡានទាំងពីរខាងលើ) ឃើញខ្យល់បក់ចំឡានរបស់ខ្លួនតាមទិសដៅផ្គុំជាមួយទិស $(\Delta)$ បានមុំ $\varphi$ ស្មើប៉ុន្មាន?

## <u>សម្រាយ</u>

តាង:

+ $\vec{V}_1,\vec{V}_2,\vec{V}_3$ ជាល្បឿនរបស់ឡានទីមួយ, ទីពីរ, ទីបី ហើយ $\vec{u}$ : ជាល្បឿនរបស់ខ្យល់

+ $\vec{V}_1';\vec{V}_2';\vec{V}_3'$ ជាល្បឿនរបស់ខ្យល់ធៀបនឹងឡានទីមួយ, ទីពីរ, ទីបី




+ តាមរូបខាងលើ និងតាមទ្រឹស្តីបទបូក(បង្គុំ?) ល្បឿន: $\vec{v}' = \vec{u} - \vec{v}$ យើងបាន:

$$\begin{cases} \vec{V}_1 = \overrightarrow{DA} \\ \vec{V}_2 = \overrightarrow{CA} \\ \vec{V}_3 = \overrightarrow{BA} \\ \vec{u} = \overrightarrow{OA} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{V}_1' = \overrightarrow{OD} \\ \vec{V}_2' = \overrightarrow{OC} \\ \vec{V}_3' = \overrightarrow{OB} \end{cases}$$

+ តាមទំនាក់ទំនងមាត្រក្នុងត្រីកោណ, យើងបាន:

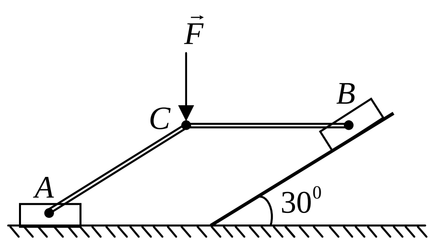
$$\begin{cases} HA + V_1 = \dfrac{OH}{\tan\alpha} \\ HA + V_2 = \dfrac{OH}{\tan\varphi} \\ HA + V_3 = \dfrac{OH}{\tan\beta} \end{cases} \qquad (1)$$

តាមបំរាប់: $V_2 = \dfrac{V_1 + V_3}{2}$ (2)

+ ជំនួស (2) ចូល (1) , យើងបាន: $\dfrac{1}{\tan\alpha} + \dfrac{1}{\tan\beta} = \dfrac{2}{\tan\varphi}$

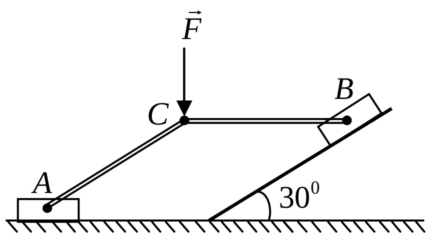
+ ជំនួសលេខចូល, យើងបាន: $\varphi \approx 36,21^0$

Ex14: អង្គធាតុពីរ $A, B$ មានវិមាត្រដូចគ្នា និងសុទ្ធតែមានទំងន់ $100N$ ។ ពួកវាភ្ជាប់គ្នាដោយរបារស្រាលពីរ $AC; BC$ និងបណ្តាត្រចៀកទ្វារ។ អង្គធាតុ $A$ អាចរអិលបានតែតាមទិសដេក, អង្គធាតុ $B$ អាចរអិលបានតែតាមប្លង់ទេមុំ $30^0$ ធៀបនឹងទិសដេក។ ដើម្បីរក្សាលំនឹងដូចរូប គេត្រូវការប្រើកំលាំង $F$ ទៅលើចំនុច $C$ តាមទិសឈរ ពីលើចុះក្រោម។




បើមេគុណកកិតរវាង $A, B$ ជាមួយនឹងបណ្តាប្លង់រអិលសុទ្ធតែស្មើ $\mu = 0,5$, តើកំលាំង $F$ នឹងស្ថិតនៅក្នុងចន្លោះណា?

## សម្រាយ




ដោយ $\mu = 0,5 < \tan 30^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

នោះពេល $F = 0$, $B$ នឹងរអិលចុះក្រោម។

ដូចនោះ ចាំបាច់ត្រូវមានកំលាំង $F$ អប្បបរមាណាមួយ ដើម្បីឲ្យ $B$ មិនរអិលចុះក្រោម, យើងហៅកំលាំងនេះដោយ $F_1$។

ពេល $F$ កើនពី $F_1$ ទៅ នោះ $B$ មាននិន្នាការផ្លាស់ទីទៅលើ រហូតដល់ពេល $F = F_2$ នោះ ភាពមានលំនឹងនេះ នឹងលែងកើតមានតទៅទៀត។

យើងពិនិត្យករណីកំរិតនេះ។

* កំលាំងមានអំពើលើ $B$:

លក្ខខណ្ឌលំនឹង: $\vec{F}_B + \vec{F}_{CB} + \vec{P}_B = \vec{0}$

\+ ជ្រើសរើសអ័ក្សតំរុយដូចរូប (សូមបញ្ជាក់ថា ក្នុងលំហាត់នេះគេអត់បានគូសរូបក្នុងសំរាយទេ):

\+ ចំនោលលើបណ្តាអ័ក្ស: $(Ox): F_B + F_{CB}\cos 30^0 - mg\sin 30^0 = 0$ (1)

$(Oy): N_B - F_{CB}\cos 60^0 - mg\cos 30^0 = 0$ (2)

ចំពោះ: $F_B \le \mu N_B$

\+ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $(1)$ និង $(2)$, យើងបាន: $F_{CB} \ge 6N$

ដូចនេះ កំលាំងដែលមានអំពើត្រង់ចំនុច $C$ គឺ $F_1 = F_{CB}\tan 30^0 \ge 4,64N$ (*)

\+ ដូចគ្នាដែរ បើឧបមាថា $B$ មាននិន្នាការផ្លាស់ទីទៅលើ, យើងរកបាន $F_2 \le 87,4N$

អង្គធាតុ $A$ មាននិន្នាការផ្លាស់ទីទៅខាងស្តាំ។ ជ្រើសរើសអ័ក្សតំរុយដូចរូប។

* កំលាំងមានអំពើលើ $A$:

លក្ខខណ្ឌលំនឹង: $\vec{F}_A + \vec{F}_{AC} + \vec{P}_A = \vec{0}$

\+ ចំនោលលើបណ្តាអ័ក្ស: $(Ox): F_A - F_{AC}\cos 30^0 = 0$ (3)

$(Oy): N_A + F_{AC}\cos 60^0 - mg = 0$ (4)

ចំពោះ: $F_A \le \mu N_A$

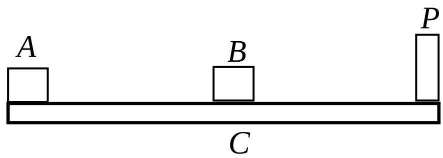
\+ ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ $(3)$ និង $(4)$, យើងបាន: $F_{AC} \le \dfrac{200}{2\sqrt{3}-1}N$

ដូចនេះ កំលាំងមានអំពើត្រង់ $C$ គឺ: $F_2 = F_{AC}\sin 30^0 \le 40,6N$ (**)

តាម (*) និង (**) យើងទាញបានដែនរបស់កំលាំង $F$ គឺ: $4,64N \le F \le 40,6N$

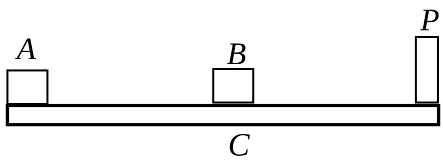
Ex15: នៅលើប្លង់ដេករលោងមួយមានបន្ទះក្តារ $C$ មួយ ដែលនៅតែមចុងខាងស្តាំមានភ្ជាប់នឹងបន្ទះ $P$ មួយ។ នៅលើបន្ទះក្តារមានដាក់អង្គធាតុតូចពីរ $A$ និង $B$ ។ ប្រវែងអង្គធាតុ $A$ ឃ្លាតពីអង្គធាតុ $B$ និងប្រវែងអង្គធាតុ $B$ ឃ្លាតពីបន្ទះភ្ជាប់ $P$ គឺស្មើគ្នា ហើយស្មើនឹង $L$ ។ ម៉ាស របស់អង្គធាតុនីមួយៗ និងបន្ទះក្តារ(រួមទាំងបន្ទះភ្ជាប់ $P$) គឺស្មើគ្នា។ មេគុណកកិតស្ថាទិចរវាងអង្គធាតុទាំងពីរ និងបន្ទះក្តារគឺ $\mu$ ។

តើត្រូវផ្តល់ឲ្យអង្គធាតុ $A$ នូវល្បឿនដើមតាមទិសដេកនិងទិសដៅតំរង់ទៅ $B$ ដោយទំហំប៉ុណ្ណា ដើម្បីឲ្យ $A$ ទង្គិចជាមួយ $B$ ហើយ $B$ មិនទង្គិចនឹង $P$ ។ ទង្គិចនេះ គឺជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង។




## សម្រាយ

ពេលផ្តល់ឲ្យអង្គធាតុ $A$ នូវល្បឿន $v_0$ វានឹងរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ $C$ ។ សំទុះរបស់អង្គធាតុ $A$:




$$a_A = -\frac{F_{ms}}{m} = -\mu g$$

ឧបមាថាអង្គធាតុ $B$ មិនរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ, ពេលនោះសំទុះរបស់អង្គធាតុ $B$ និង $C$ គឺ:

$$a_0 = \frac{F_{ms}}{2m} = \frac{\mu g}{2}$$

ពេលនោះ កំលាំងកកិតស្ថាទិចរវាង $B$ និង $C$ គឺ:

$$F_{msn} = ma_0 = \frac{\mu mg}{2} < \mu mg$$ ($\mu mg$ :កំលាំងកកិតស្ថាទិចអតិបរមា)

ដូចនេះ $B$ និង $C$ មិនរអិលលើគ្នា ពេល $A$ កំពុងរអិលនៅលើបន្ទះ $C$ ។

សំទុះរបស់ $A$ ធៀបនឹងបន្ទះក្តារគឺ: $a' = -\mu g - \frac{\mu g}{2} = -\frac{3\mu g}{2}$

ពិនិត្យតំរុយភ្ជាប់ទៅនឹងបន្ទះក្តារ:

\+ ល្បឿនរបស់ $A$ ក្រោយពេលទង្គិចទៅនឹង $B$ ភ្លាម: $v = \sqrt{v_0^2 - 3\mu gL}$

\+ ដើម្បីឲ្យ $A$ ទង្គិចនឹង $B$ នោះ: $v_0 > \sqrt{3\mu gL}$

\+ ដោយ $m_A = m_B$ នោះក្រោយពេលទង្គិច អង្គធាតុទាំងពីរផ្លាស់ប្តូរល្បឿនឲ្យគ្នា, $A$ នឹងមិនរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ ឯ $B$ នឹងរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ $C$ ។

ដើម្បីឲ្យ $B$ មិនទង្គិចនឹងបន្ទះភ្ជាប់ $P$ គឺពេល $B$ ឈប់ស្ងៀមនៅលើ $C$ បណ្តាអង្គធាតុមានល្បឿនដូចគ្នា $v'$ ។

\+ អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា, យើងបាន:

$$mv_0 = 3mv' \Rightarrow v' = \frac{v_0}{3}$$

+ អនុវត្តន៍ទ្រឹស្តីបទថាមពលស៊ីនេទិច, យើងបាន:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{3}{2}mv'^2 = \mu mg.S \Rightarrow S = \frac{v_0^2}{3\mu g}$$

ដូចនេះ $B$ នឹងឈប់ស្ងៀមនៅចំងាយពីគែមខាងឆ្វេងរបស់បន្ទះក្តារ $C$ បានអង្កត់: $S = \frac{v_0^2}{3\mu g}$

+ ដើម្បីឲ្យ $B$ មិនទង្គិចនឹង $P$ នោះត្រូវមានលក្ខខណ្ឌ:

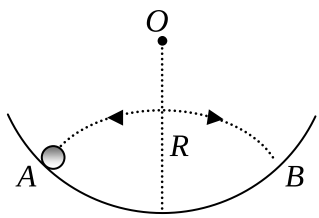
$$S \le 2L \Leftrightarrow \frac{v_0^2}{3\mu g} \le 2L \Rightarrow v_0 \le \sqrt{6\mu gL} \qquad (2)$$

តាម (1) និង (2), ទាញបានលក្ខខណ្ឌរបស់ $v_0$ គឺ: $\sqrt{3\mu gL} \le v_0 \le \sqrt{6\mu gL}$

Ex16: ស្វ៊ែតូចមួយផ្លាស់ទីទៅវិញទៅមករវាងពីរចំនុច $A, B$ ឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងប្លង់ឈរមានផ្ចិតស្វ៊ែ $O$។ ដឹងថា $A, B$ ស្ថិតនៅលើផ្ទៃស្វ៊ែ ហើយទង្គិចរវាងស្វ៊ែតូច និងផ្ទៃស្វ៊ែជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង តាមប្លង់ឈរកាត់តាមផ្ចិតស្វ៊ែ។

រកល្បឿនអប្បបរមារបស់ស្វ៊ែ ក្នុងការធ្វើបំលាស់ទីដោយដឹងថា គន្លងរបស់វាកាត់តាមផ្ចិតរបស់ផ្ទៃស្វ៊ែ។

គូសគន្លងរបស់ស្វ៊ែធៀបនឹងផ្ទៃដី និងរកកាំកំនោងរបស់គន្លងត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុត?




## <u>សម្រាយ</u>

+ ដើម្បីឲ្យស្វ៊ែតូច មានគន្លងទៅមកឆ្លងកាត់ផ្ចិត $O$ របស់ផ្ទៃស្វ៊ែ គឺស្វ៊ែតូច ត្រូវហោះខ្សែដែលមានចំនុចដើម $A$ និងចំនុចចុង $B$ ដោយល្បឿនរៀងគ្នាគឺ $\vec{v}_1$ និង $\vec{v}_2$, ដែល $\vec{v}_1$ បង្កើតជាមួយទិសដេកបានមុំ $\alpha_1$; $\vec{v}_2$ ផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ $\alpha_2$ ។

+ ចំងាយចរ របស់ស្វ៊ែតូច: $L = S_{AB} = \frac{v_1^2 \sin 2\alpha_1}{g} = \frac{v_2^2 \sin 2\alpha_2}{g}$

+ ដោយ $|\vec{v}_1| = |\vec{v}_2| = v_0 \Rightarrow \sin 2\alpha_1 = \sin 2\alpha_2$ តែ $\alpha_1 \ne \alpha_2 \Rightarrow 2(\alpha_1 + \alpha_2) = 180^0$

$$\Leftrightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = 90^0$$

+ យើងមាន: $\widehat{OAB} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 45^0$ ។ ទាញបាន: $S_{AB} = R\sqrt{2}$

+ ពេលស្វ៊ែតូច ទៅដល់ទីតាំងខ្ពស់បំផុតត្រង់ $O$, យើងបាន:

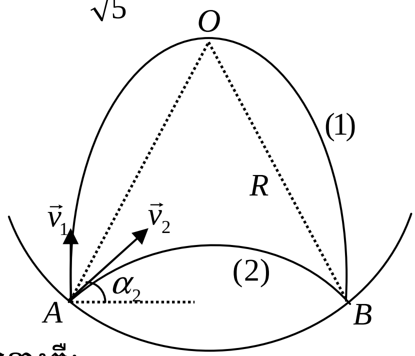
កំពស់ចរ របស់ស៊្វែតូច: $H = \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{v_1^2 \sin^2\alpha_1}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha_1}{2g}$ (1)

ចំងាយចរ របស់ស៊្វែតូចត្រូវគ្នានឹង $v_1$ និង $\alpha_1$ :

$$L = R\sqrt{2} = \frac{v_1^2 \sin 2\alpha_1}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_1}{g} \quad (2)$$

តាម (1) និង (2) យើងបាន: $\sin^2\alpha_1 = \sin 2\alpha_1 \Leftrightarrow \sin\alpha_1 = 2\cos\alpha_1 \Leftrightarrow \tan\alpha_1 = 2$

ទាញបាន: $\cos^2\alpha_1 = \frac{1}{1+\tan^2\alpha_1} \Rightarrow \cos\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}$; $\sin\alpha_1 = \frac{2}{\sqrt{5}}$




\+ ជំនួសតំលៃ $\sin\alpha_1$ ចូល (1) , យើងបាន: $v_0 = \sqrt{\frac{5gR}{\sqrt{8}}}$

\+ ល្បឿនរបស់ស៊្វែមានតំលៃតូចបំផុតនៅត្រង់ $O$ គឺ:

$$v_{\min} = v_0 \cos\alpha_1 = \frac{v_0}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{gR}{\sqrt{8}}}$$

\+ សង់គន្លងរបស់ស៊្វែតូច:

នៅត្រង់ $O$ សំទុះផ្ចិតកែងគឺជាសំទុះ $g$ , នោះកាំកំនោងត្រង់នោះគឺ:

$$g = \frac{v_{\min}^2}{r} \Rightarrow r = \frac{v_{\min}^2}{g} = \frac{R}{\sqrt{8}}$$

ដូចនេះ កាំកំនោងរបស់គន្លងត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតគឺ: $r = \frac{R}{\sqrt{8}}$

Ex17: ដុំឈើមួយរាងជាពាក់កណ្តាលស៊ីឡាំងកាំ $R$ ត្រូវបានដាក់ដេកនៅលើប្លង់ដេកមួយយ៉ាងណាឲ្យមុខប្លង់របស់ពាក់កណ្តាលស៊ីឡាំងនេះប៉ះនឹងប្លង់ដេក។ កូនចង្រិតមួយនៅលើប្លង់ដេក កំពុងរកវិធីលោតរំលងដុំឈើ។ កូនចង្រិតត្រូវលោតដោយល្បឿនតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន? កំណត់ទីតាំង និងមុំលោតនៅពេលនោះ? មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់។ ឧបមាថាកូនចង្រិតមិនទទះស្លាបនៅពេលលោត។

## សម្រាយ

គន្លងរបស់កូនចង្រិតមានរាងជាប៉ារ៉ាបូល ប៉ះនឹងដុំស៊ីឡាំងត្រង់ពីរចំនុចឆ្លុះគ្នា $B, D$ ដូចរូប។

តាងល្បឿនលោតរបស់ចង្រិតត្រង់ $A$ ដោយ $v_1$, មុំលោតដោយ $\alpha$ , ល្បឿនរបស់ចង្រិតត្រង់ $B$ គឺ $v_2$ , ហើយផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ $\beta$ ។

យើងបាន: $BD = 2R\sin\beta = v_2 \cos\beta.t$ (1)

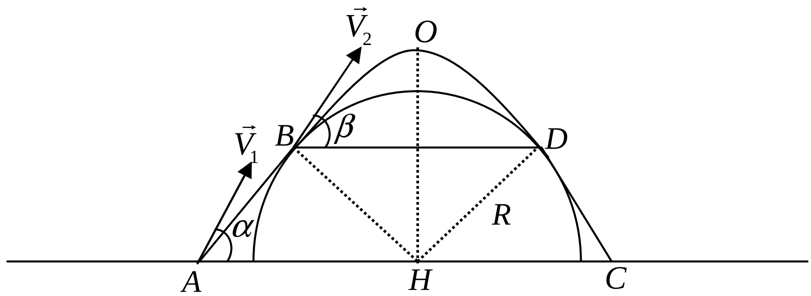
ក្នុងនោះ: $t$ ជារយៈពេលហោះពី $B$ ទៅ $D$ : $t = \frac{2v_2 \sin\beta}{g}$ (2)

ជំនួស (2) ចូល (1) , យើងបាន: $v_2^2 = \dfrac{gR}{\cos\beta}$ (3)

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចត្រង់ពីរចំនុច $A$ និង $B$ , យើងបាន:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgR(1+\cos\beta) \qquad (4)$$

ជំនួស (3) ចូល (4) , យើងទាញបាន: $v_1^2 = 2gR\left(1+\cos\beta+\dfrac{1}{2}\cos\beta\right)$




អនុវត្តន៍វិសមភាពកូស៊ី យើងបាន:

$$v_{1\min} = \sqrt{2gR\left(1+\sqrt{2}\right)} \text{ ទទួលបានពេល } \beta = 45^0$$

ចំពោះ $\beta = 0$ នោះយើងបាន $v_1 = \sqrt{5gR} > v_{1\min}$

ដូចនេះ ល្បឿនលោតតូចបំផុតគឺ $v_{1\min} = \sqrt{2gR\left(1+\sqrt{2}\right)}$

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាតាមទិសដេក, យើងបាន: $v_1\cos\alpha = v_2\cos\beta$

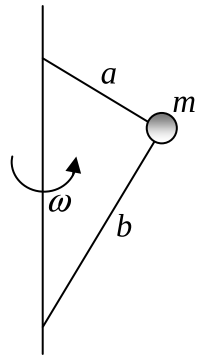
ជំនួសបណ្ដាតំលៃខាងលើចូល យើងរកបាន $\alpha = 67,5^0$

ដូចនេះ ទីតាំងលោតនៅចំងាយពី $O$ តាមទិសដេកបានប្រវែង:

$$\frac{AC}{2} = \frac{2v_{1\min}\sin\alpha\cos\alpha}{g} = R\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

*អ្វីដែលឪពុកម្ដាយអ្នកចង់ទទួលបានពីអ្នក គឺលទ្ធផលដ៏ល្អប្រសើររបស់អ្នកក្នុងការសិក្សា*

Ex18: ស្វ៊ែតូចមួយមានម៉ាស $m=500g$ ត្រូវបានចងជាមួយខ្សែមិនយឺតពីរ, មានម៉ាសមិនគិត។ ចុងទាំងពីរដែលនៅសល់របស់ខ្សែ ត្រូវចងទៅនឹងចុងទាំងពីររបស់របារឈរមួយ។ គេឲ្យប្រព័ន្ធវិលជុំវិញអ័ក្សឈរកាត់តាមរបារដោយល្បឿនមុំ $\omega$។



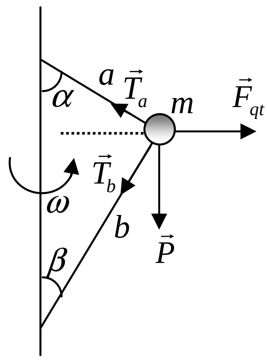

ពេលស្វ៊ែវិលក្នុងប្លង់ដេក ហើយខ្សែទាំងពីរបង្កើតជាមួយគ្នាបានមុំ $90^0$ (មើលរូប)។ ប្រវែងរបស់ខ្សែខាងលើគឺ $a=30cm$, របស់ខ្សែខាងក្រោមគឺ $b=40cm$។ គេឲ្យសំទុះទំលាក់សេរីគឺ $g=10m/s^2$។

គណនា៖ $a.$ កំលាំងតំនឹងខ្សែពេលប្រព័ន្ធវិលដោយ $\omega=8rad/s$

$b.$ ល្បឿនមុំ $\omega$ ដើម្បីឲ្យខ្សែដាច់។ (ដឹងថាខ្សែដាច់ នៅពេលកំលាំងតំនឹងខ្សែរបស់វា $T=12,6N$)។

## សម្រាយ

$a$. ក្នុងរូប, បង្ហាញពីកំលាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ។




\+ ពិនិត្យក្នុងតំរុយវិល។

លក្ខខណ្ឌលំនឹងរបស់អង្គធាតុ: $\vec{P}+\vec{T}_a+\vec{T}_b+\vec{F}_{qt}=\vec{0}$

ចំនោលលើទិសរបស់ខ្សែនីមួយៗ:

$$-mg\cos\alpha+T_a-F_{qt}.\cos\beta=0 \qquad (1)$$

$$mg\cos\beta+T_b-F_{qt}.\cos\alpha=0 \qquad (2)$$

ចំពោះ: $F_{qt}=mr\omega^2=m\omega^2.\dfrac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$$\cos\alpha=\frac{r}{b}=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \text{ និង } \cos\beta=\frac{r}{a}=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

ជំនួសបណ្តាតំលៃរបស់ $F_{qt}, \cos\alpha, \cos\beta$ និង $\omega=8rad/s$ ចូល (1) និង (2) យើងបាន:

$$T_a=mg\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}+m\omega^2\frac{ab^2}{a^2+b^2}=9,14(N)$$

$$T_b=-mg\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}+m\omega^2\frac{a^2b}{a^2+b^2}=0,61(N)$$

$b.$ពេល $T_a=12,6(N)$ ខ្សែខាងលើនឹងដាច់ ហើយល្បឿនមុំ $\omega$ ពេលនោះស្មើនឹង:

$$\omega^2=\frac{T(a^2+b^2)-mga\sqrt{a^2+b^2}}{mab^2}$$

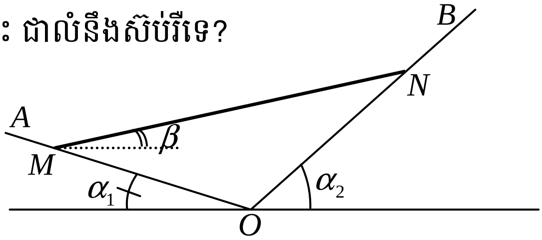
ជំនួសលេខចូល យើងបាន: $\omega=10(rad/s)$

Ex19: ទរពីរ $OA$ និង $OB$ ស្ថិតក្នុងប្លង់ឈរ ហើយទ្រេតបានបណ្តាមុំ $\alpha_1$ និង $\alpha_2$ ធៀបនឹងបន្ទាត់ដេក។ របារស្មើសាច់ $MN$ មួយមានទំងន់ $P$ សង្កត់ពីលើទរទាំងពីរដូចរូប។ មិនគិតកកិតរវាងរបារនិងទរ។ នៅទីតាំងលំនឹងរបារ $MN$ ទ្រេតបានមុំ $\beta$ ធៀបនឹងបន្ទាត់ដេក។

$a.$ រកមុំទ្រេត $\beta$ ជាអនុគមន៍នៃ $\alpha_1, \alpha_2$ ។

$b.$ គេឲ្យ $\alpha_1 = 30^0; \alpha_2 = 45^0$ ។ គណនា $\beta$ ។

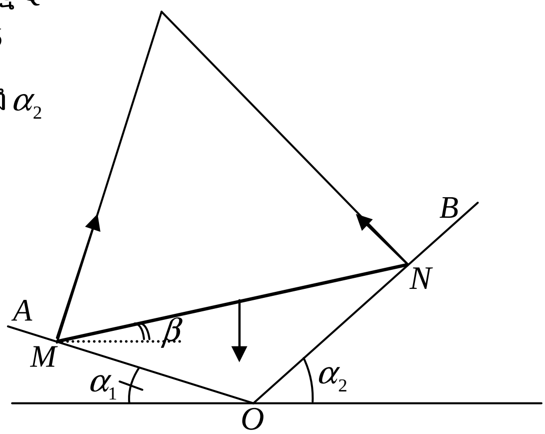
លំនឹងរបស់របារក្នុងករណីនេះ ជាលំនឹងស៊ប់រឺទេ?




## សម្រាយ

$a$.រកមុំទ្រេត $\beta$ ជាអនុគមន៍នៃ $\alpha_1,\alpha_2$ :

* តាមលក្ខខណ្ឌលំនឹង ឃើញថាកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{Q}$ ត្រង់ $N$ ; កំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{R}$ ត្រង់ $M$ និងទំងន់ $\vec{P}$ បង្កើតបានជាត្រីកោណដែលមានបណ្តាមុំ $\alpha_1$ និង $\alpha_2$




យើងបាន: $\dfrac{Q}{\sin\alpha_1} = \dfrac{P}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}$ (1)

* ចំពោះអ័ក្សរង្វិលត្រង់ $M$ : $MN = 2l$

$P.l\cos\beta = Q.2l\cos(\alpha_2 - \beta)$ (2)

* តាម (1) និង (2) ទាញបាន:

$$\tan\beta = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tan\alpha_1} - \frac{1}{\tan\alpha_2}\right)$$

សង្កេត: បើ $\alpha_1 < \alpha_2$ នោះ $\beta > 0 \Rightarrow$ ចុង $M$ ទាបជាងចុង $N$ និងច្រាសមកវិញ។

$b.$ គណនា $\beta$ , លំនឹងរបស់របារក្នុងករណីនេះ ជាលំនឹងស៊ប់រឺទេ?

* $\alpha_1 = 30^0; \alpha_2 = 45^0 \Rightarrow \tan\beta = 0,366 \Rightarrow \beta = 20^0$

* លំនឹងរបស់ $MN$ អាស្រ័យនឹងលំនឹងរបស់ម៉ូម៉ង់ដែលផ្ទុយនឹងទ្រនិចនាឡិកាទាំងពីរ បង្កើតឡើងដោយ $P$ និង $Q$ ។

យើងឃើញថា: $f(\beta) = Pl\cos\beta$

$$g(\beta) = Q.2l\cos(\alpha_2-\beta) = 2Pl\frac{\sin\alpha_1}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)}\cos(\alpha_2-\beta)$$

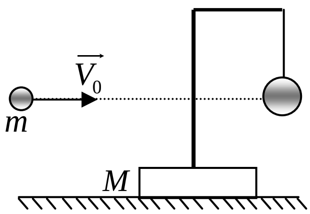
ក្នុងនោះ: $\sin\alpha_1 = 0,5; \sin(\alpha_1+\alpha_2) = \sin 75^0 = 0,966$

ដូចនេះ ដោយប្រៀបធៀបអនុគមន៍ទាំងពីរ $f$ និង $g$ , តាមទីតាំងលំនឹង បើបង្កើន $\beta$ នោះ $f$ ថយចុះ, $g$ កើនឡើង នាំឲ្យលំនឹងនេះ ជាលំនឹងមិនស៊ប់។

Ex20: ទំរស្រាលមួយភ្ជាប់នៅលើបន្ទះក្តារមានម៉ាស $M$ ដាក់នៅលើតុរលោងស្ថិតក្នុងទិសដេក មានព្យួរស្វ៊ែដែលមានម៉ាស $m$ ដោយខ្សែប្រវែង $l$។ គ្រាប់បាញ់មួយ ក៏មានម៉ាសស្មើ $m$ ដែរ កំពុងហោះតាមទិសដេកដោយល្បឿន $\vec{V_0}$ ទៅបុកចំស្វ៊ែ ហើយក៏ទាក់ជាប់នៅទីនោះ។

*a.* តម្លៃតូចបំផុតរបស់ល្បឿនគ្រាប់បាញ់ស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យខ្សែវិលបានមួយជុំពេញ បើបន្ទះក្តារត្រូវបានរក្សានៅនឹង។

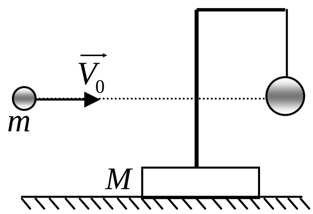
*b.* ល្បឿននោះនឹងស្មើប៉ុន្មានវិញ បើបន្ទះក្តារត្រូវបានលែងឲ្យផ្លាស់ទីដោយសេរី?




## សម្រាយ

*a.* រកល្បឿនរបស់គ្រាប់បាញ់តូចបំផុត:

\+ ដោយនេះជាទង្គិចស្ទក់ ហើយអង្គធាតុទាំងពីរមានម៉ាសស្មើគ្នា នោះល្បឿនរបស់ស្វ៊ែ និងគ្រាប់បាញ់ក្រោយពេលទង្គិចគឺ $\frac{V_0}{2}$ (ដែល $V_0$ ជាល្បឿនរបស់គ្រាប់បាញ់មុនពេលទង្គិច)




\+ ដើម្បីឲ្យខ្សែវិលបានមួយជុំ, ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតល្បឿនរបស់ស្វ៊ែគឺ $V$ ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់: $T + mg = \frac{m.V^2}{l}$ ($T$ ជាកំលាំងតំនឹងខ្សែ)

\+ ដូចនោះ: $V = V_{\min}$ ពេល $T = 0 \Rightarrow V_{\min} = \sqrt{g.l}$

\+ តាមច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច, ល្បឿនតូចបំផុត $V_0$ របស់គ្រាប់បាញ់ ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់:

$$\frac{2mV_0^2}{8} = 4mgl + \frac{2mV_{\min}^2}{2} \Rightarrow V_0 = 2\sqrt{5gl}$$

*b.* ល្បឿននោះ នឹងស្មើប៉ុន្មានបើបន្ទះក្តារត្រូវបានលែងឲ្យផ្លាស់ទីដោយសេរី:

\+ ល្បឿនតូចបំផុតរបស់ស្វ៊ែ ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុត(ធៀបនឹងចំនុចព្យួរ)គឺ:

$$u_{\min} = \sqrt{gl}$$

\+ ពិនិត្យក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយដី: $V_1 = u - u_{\min}$ ($u$ ជាល្បឿនរបស់អង្គធាតុ $M$ )

យើងបាន:

\+ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា: $mV_0' = M.u + 2m(u - \sqrt{gl})$ (1)

\+ ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

$$\frac{2m(V_0')^2}{8} = 4mgl + \frac{M.u^2}{2} + \frac{2m(u-\sqrt{g.l})^2}{2} \qquad (2)$$

តាម (1) និង (2) , យើងបាន: $V_0' = 2\sqrt{gl(5+\frac{8m}{M})}$

Ex21: ឡានមួយត្រូវការដឹកទំនិញរវាងពីរចំនុច $A$ និង $B$ នៅចំងាយ $L = 800m$ ពីគ្នា។ ចលនារបស់ឡានរួមមាន 2 ដំណាក់កាល៖ ពេលចេញដំនើរត្រង់ $A$ ឡានមានចលនាស្ទុះស្មើ ហើយក្រោយមកបន្តដោយចលនាយឺតស្មើដើម្បីឈប់ត្រង់ $B$ ។ ដោយដឹងថា ទំហំសំទុះរបស់ឡានក្នុងដំនើរផ្លាស់ទីទាំងស្រុង មិនលើសពី $2m/s^2$ ទេ។ តើត្រូវប្រើពេលវេលាអស់ប៉ុន្មានដើម្បីឲ្យឡានបើកបានចំងាយផ្លូវខាងលើ?

## សម្រាយ

តាង $x$ ជាចំងាយចរដែលឡានចរបានក្នុងវគ្គផ្លាស់ទីដោយចលនាស្ទុះស្មើ

$a, b$ រៀងគ្នាជាទំហំសំទុះរបស់ឡាន ក្នុងវគ្គដើម និងវគ្គចុងក្រោយ $(a > 0; b > 0)$

* ក្នុងវគ្គដើម, យើងមាន: $x = \frac{1}{2}at_1^2$ , ទាញបាន $t_1 = \sqrt{\frac{2x}{a}}$ (1)

និង $v_1^2 = 2ax$ (2)

* ក្នុងវគ្គចុងក្រោយ, យើងមាន: $v_1^2 = 2b(L-x)$ (3)

$v_1 = bt_2$ (4)

* តាម (2) និង (3) ទាញបាន: $x = \frac{bL}{a+b}$ (5)

និង $L - x = \frac{aL}{a+b}$ (6)

* តាម (1) និង (5) ទាញបាន: $t_1 = \sqrt{\frac{2bL}{(a+b)a}}$ (7)

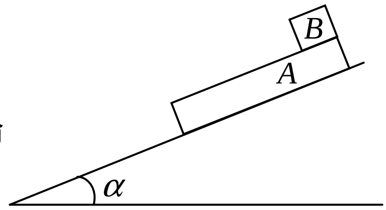
* តាម (3), (4) និង (6) ទាញបាន $t_2 = \sqrt{\frac{2aL}{(a+b)b}}$ (8)

* រយៈពេលឡានចរពី $A$ ទៅ $B$: $t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2L}{a+b}}\left(\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)$

* យើងមាន $\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}} \ge 2$ និង $\sqrt{\frac{2L}{a+b}} \ge \sqrt{\frac{L}{a_0}}$ ចំពោះ $a \le 2$

ទាញបាន $t \ge \sqrt{\frac{L}{2a_0}}.2 = 40s$ ។ ដូចនេះ $t_{\min} = 40s$

Ex22: បន្ទះក្តារ $A$ មួយមានប្រវែង $l = 80cm$, ម៉ាស $m_1 = 1kg$, ត្រូវបានគេដាក់នៅលើប្លង់ទេ បានមុំ $\alpha = 30^0$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ អង្គធាតុ $B$ មានម៉ាស $m_2 = 100g$ ត្រូវបានដាក់ពីលើ បន្ទះក្តារត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតរបស់បន្ទះក្តារ(មើលរូប)។ គេលែងឲ្យអង្គធាតុទាំងពីរ $A$ និង $B$ មានចលនា។ ដោយដឹងថា មេគុណកកិតរវាង $A$ និងប្លង់ទេគឺ $\mu_1 = 0,2$ រវាង $B$ និង $A$ គឺ $\mu_2 = 0,1$។ យក $g = 10m/s^2$

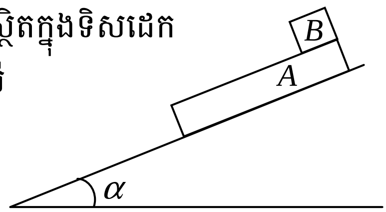



a. រករយៈពេលដើម្បីឲ្យ $B$ ធ្លាក់ចេញពី $A$

b. ពេល $B$ ធ្លាក់ចេញពី $A$ ភ្លាម តើ $A$ ផ្លាស់ទីបានប្រវែងប៉ុន្មាននៅលើប្លង់ទេ?

## សម្រាយ

ជ្រើសរើសតំរុយ $Oxy$ មាន $O$ ភ្ជាប់នឹងប្លង់ទេ, អ័ក្ស $Ox$ ស្ថិតក្នុងទិសដេក មានទិសដៅទៅខាងស្តាំ, អ័ក្ស $Oy$ មានទិសដៅត្រង់ឡើងលើ




+ កំលាំងកកិតដែលបន្ទះក្តារមានអំពើលើអង្គធាតុ $B$:

$$F = F_{AB} = F_{BA} = \mu_2.N_2$$

+ តាង $\vec{a}_1$ និង $\vec{a}_2$ ជាបណ្តាវ៉ិចទ័រសំទុះរបស់ $A$ និង $B$ ធៀបនឹងប្លង់ទេ

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ចំពោះអង្គធាតុ $B$ ហើយចំនោលសមីការវ៉ិចទ័រលើបណ្តាអ័ក្សកូអរដោនេ:

+ នៅលើអ័ក្ស $Ox$: $F\cos\alpha - N_2\sin\alpha = -m_2a_{2x}$ ដែល $F = \mu_2.N_2$

ជំនួសលេខ យើងបាន $a_{2x} = 4,13N_2$ (1)

+ នៅលើអ័ក្ស $Oy$: $F\sin\alpha + N_2\cos\alpha - P_2 = -m_2a_{2y}$

ជំនួសលេខ យើងបាន: $a_{2y} = 10 - 9,16N_2$ (2)

+ អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុន ចំពោះបន្ទះ $A$ ហើយចំនោលសមីការវ៉ិចទ័រនៅលើបណ្តាអ័ក្សកូអរដោនេ:

+ នៅលើអ័ក្ស $Ox$: $F'\cos\alpha - N_1\sin\alpha - F\cos\alpha + N_2\sin\alpha = -m_1a_{1x}$

ដែល $F' = \mu_1.N_1$; $N_1 = m_1g\cos\alpha + N_2$

ទាញបាន $a_{1x} = 2,831 - 0,0866N_2$ (3)

+ នៅលើអ័ក្ស $Oy$: $F'\sin\alpha + N_1\cos\alpha - F\sin\alpha - N_2\cos\alpha = -m_1a_{1y}$

ទាញបាន: $a_{1y} = 1,635 - 0,05N_2$ (4)

+ តាង $\vec{a}_{21} = \vec{a}$ ជាសំទុះរបស់ $B$ ធៀបនឹង $A$, យើងបាន $\vec{a}_{20} = \vec{a}_{21} + \vec{a}_{10}$

ទាញបាន: $\vec{a}_{21} = \vec{a}_2 - \vec{a}_1$

ដូចនោះ: $a_x = a_{2x} - a_{1x} = 4,216N_2 - 2,831$ និង $a_y = a_{2y} - a_{1y} = 8,365 - 9,11N_2$

ដោយដឹងថា $\frac{a_y}{a} = \tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$

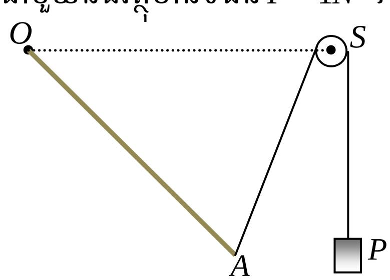
ទាញបាន $N_2 = 0,866N$ និង $a_y = 0,476m/s^2$; $a = 2a_y \approx 0,95\text{m/s}^2$

*a.* រយៈពេលដើម្បីឲ្យអង្គធាតុ $B$ ធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្តារគឺ: $t_1 = \sqrt{\frac{2l}{a}} \approx 1,3s$

*b.* បន្ទះក្តារចរបានចំងាយ: $s_1 = \frac{a_1 t_1^2}{2}$ ដែល $a_1 = 2a_{1y} = 2.1,592 = 3,184(m/s^2)$

ទាញបាន: $s_1 = \frac{3,184.1,3^2}{2} = 2,69(m)$

Ex23: របារស្មើសាច់មួយ, ទំងន់ $Q = 2\sqrt{3}N$ អាចវិលជុំវិញត្រចៀកទ្វារនៅចុង $O$ ដូចរូប។ ចុង $A$ របស់របារត្រូវបានភ្ជាប់ដោយខ្សែមិនយឺត ពាក់ពីលើរ៉ក $S$ ជាមួយនឹងវត្ថុមានទំងន់ $P = 1N$ ។ $S$ នៅកំពស់ដូចគ្នានឹង $O$ ដែរ ហើយ $OS = OA$។ ម៉ាសរ៉ក និងខ្សែមិនគិត។ គណនាមុំ $\alpha = \widehat{SOA}$ ពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង និងរកកំលាំងប្រតិកម្មរបស់ត្រចៀកទ្វារនៅត្រង់ចំនុច $O$ ។



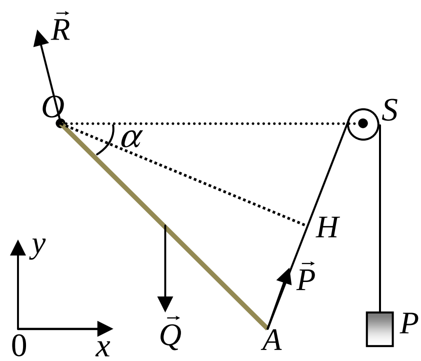

## សម្រាយ

តាង $\vec{R}$ ជាកំលាំងប្រតិកម្មរបស់ត្រចៀកទ្វារ $O$ ។

ចំនោលលើអ័ក្សទាំងពីរ នៃតំរុយ $oxy$ យើងបាន:

$$R_x = -P\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$R_y = Q - P\cos\frac{\alpha}{2}$$




+ ពិនិត្យបណ្តាម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងធៀបនឹង $O$ (ចំនាំថា កំលាំងតំនឹងរបស់អង្កត់ខ្សែ $AS$ ស្មើនឹង $\vec{P}$ ):

$$P.OA.\cos\frac{\alpha}{2} - Q.\frac{OA}{2}\cos\alpha = 0$$

ឬ $P\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{Q}{2}\cos\alpha$ , តាង $\cos\frac{\alpha}{2} = x > 0$ , យើងបាន:

$P.x = \frac{Q}{2}(2x^2 - 1)$ , ដែល $P = 1N$ និង $Q = 2\sqrt{3}N$

យើងបានសមីការ: $4\sqrt{3}x^2-2x-2\sqrt{3}=0$ ។ ទាញបាន $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\cos\dfrac{\alpha}{2}$

នាំឲ្យ $\alpha=60^0$

តាមនោះ: $R_x=-P\sin\dfrac{\alpha}{2}=-0,5N$

$$R_y=Q-P\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}N$$

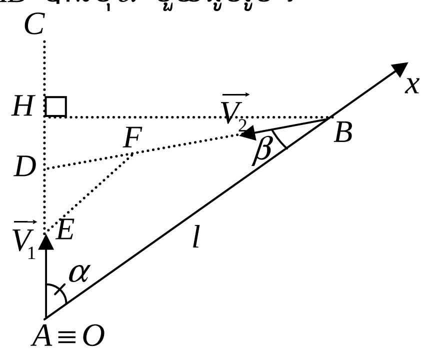
ហើយ $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}=\sqrt{7}=2,,65N$

Ex24: រថភ្លើងពីរ $A$ និង $B$ ដំបូងឡើយ នៅចំងាយពីគ្នាប្រវែង $l$ ។ ពួកវាមានចលនាត្រង់ស្មើ ក្នុងពេលតែមួយ ដោយបណ្តាល្បឿនមានតំលៃរៀងគ្នាគឺ $V_1,V_2$ ។

រថភ្លើង $A$ ផ្លាស់ទីតាមទិសដៅ $AC$ បង្កើតជាមួយ $AB$ បានមុំ $\alpha$ មួយដូចរូប។

*a.* តើរថភ្លើង $B$ ត្រូវផ្លាស់ទីតាមទិសដៅណា ដើម្បីអាចជួបជាមួយរថភ្លើង $A$ ។ តើរយៈពេលប៉ុន្មាន ទើបរថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នា?

*b.* ចង់ឲ្យរថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ $H$ (មើលរូប) តើទំហំល្បឿន $V_1,V_2$ ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌអ្វី?




## សម្រាយ

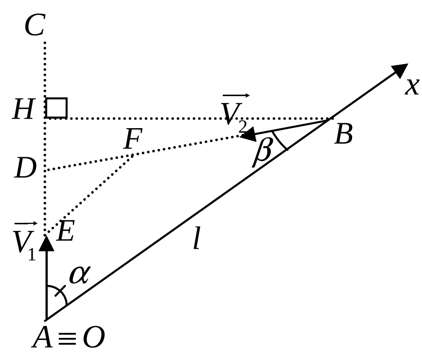
*a.* ឧបមាថារថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ $D$:

$EF \parallel AB$, យើងបាន:

$$\frac{AE}{AD}=\frac{BF}{BD}\Rightarrow\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{BF}=\frac{V_1}{V_2}\qquad(1)$$

ទ្រឹស្តីបទស៊ីនុសក្នុង $\Delta ADB$:

$$\frac{AD}{\sin\beta}=\frac{BD}{\sin\alpha}\Rightarrow\frac{AD}{BD}=\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}\qquad(2)$$




តាម (1) និង (2) ទាញបាន: $\sin\beta=\dfrac{V_1}{V_2}\sin\alpha$ (ដែល $\sin\beta\le1\Rightarrow V_2\ge V_1\sin\alpha$)

ដូចនេះ: រថភ្លើង $B$ ត្រូវផ្លាស់ទីតាមទិសដៅ $BD$ បង្កើតជាមួយ $BA$ បានមុំ:

$$\beta=\arcsin\left(\frac{V_1}{V_2}\sin\alpha\right)$$

ម្យ៉ាងទៀត: ជ្រើសយើសអ័ក្ស $Ox\equiv AB$ ដែល $O\equiv A$ និងគល់ពេល(ពេលចេញដំណើរដំបូង)

ជាពេលដែលរថភ្លើងទាំងពីរចាប់ចេញដំណើរដូចគ្នា $(t_0 = 0)$

យើងបាន:

រថភ្លើង $A$: $X_A = V_1 \cos\alpha . t$

រថភ្លើង $B$: $X_B = -V_2 \cos\beta . t + l$

រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ $D$ ពេល $X_A = X_B \Leftrightarrow V_1 \cos\alpha . t = -V_2 \cos\beta . t + l$

ដូចនេះ រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាក្រោយរយៈពេល $t = \dfrac{l}{V_1 \cos\alpha + V_2 \cos\beta}$

*b.* រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ $H$ នាំឲ្យ $\beta = 90^0 - \alpha$ ហើយ $\vec{V}_2$ មានទិស $\equiv BH$ , ទិសដៅពី $B$ ទៅរក $H$ ។

ដូចនោះ $\sin\beta = \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha = \dfrac{V_1}{V_2} . \sin\alpha$

ដូចនេះ រថភ្លើងទាំងពីរជួបគ្នាត្រង់ $H$ ពេលទំហំល្បឿន $V_1, V_2$ ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់: $\dfrac{V_2}{V_1} = \tan\alpha$ ។

Ex25: *a.* រករយៈពេលអប្បបរមាដើម្បីឲ្យកីឡាករប្រណាំងឡាន បើកឆ្លងកាត់តំណាត់របត់ដែលមានប្រវែងស្មើ $\dfrac{1}{3}$ រង្វង់កាំ $R$ ។ គេឲ្យមេគុណកកិតស្តាទិចរវាងកង់ឡាន និងផ្លូវគឺ $\mu$ , ផ្លូវត្រូវបានធ្វើឲ្យទេបានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។

*b.* គណនាអានុភាពកំណត់ របស់ម៉ូទ័រនៅពេលនោះ។ ចាត់ទុកថាកង់ឡានទាំងអស់សុទ្ធតែជាកង់ចលករ។

## សម្រាយ

*a.* $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{msn}$ (1)

ចំនោលលើ $Oy: 0 = -mg - F_{msn} \sin\alpha + N\cos\alpha$

$\Leftrightarrow -mg + N\cos\alpha = F_{msn} \sin\alpha \le \mu N \sin\alpha$

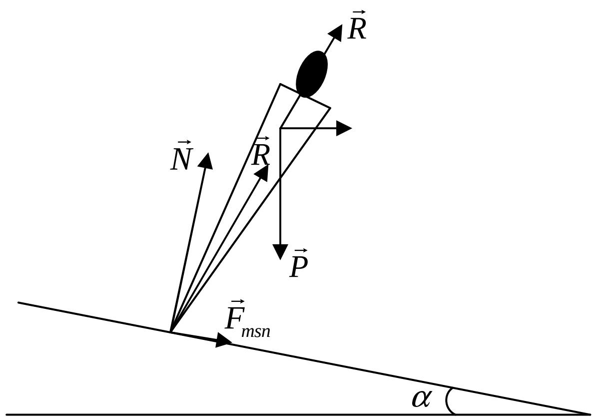
$\Rightarrow N \le \dfrac{mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}$ (2)

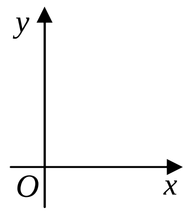
ចំនោលលើ $Ox$: $\dfrac{mV_{\max}^2}{R} = F_{msn}\cos\alpha + N\sin\alpha \le \mu N\cos\alpha + N\sin\alpha$ (3)

តាម (2) និង (3) $\Rightarrow |V| \le \sqrt{\dfrac{gR(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}} \Rightarrow |V_{\max}| = \sqrt{\dfrac{gR(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}}$

ដូចនេះ កីឡាករប្រណាំងត្រូវបើកដោយល្បឿនអតិបរមាថេរ, យើងបាន $t_{\min}$ គឺ:

$$t_{\min} = \frac{s}{V_{\max}} = \frac{2\pi R}{2}\sqrt{\frac{1 - \mu\tan\alpha}{gR(\mu + \tan\alpha)}} = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{R(1 - \mu\tan\alpha)}{g(\mu + \tan\alpha)}}$$




*b.* យើងមាន: $P_{\max} = F.V$

$$P_{\max} \text{ ពេល } \begin{cases} F = F_{msn\max} = \mu N \\ V = V_{\max} \end{cases}$$

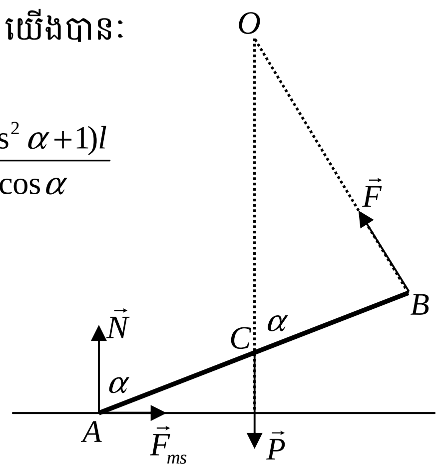
$$P_{\max} = \frac{\mu mg}{\cos\alpha - \mu\sin\alpha}\sqrt{\frac{gR(\mu + \tan\alpha)}{1 - \mu\tan\alpha}}$$

Ex26: របារ $AB$ មានមុខកាត់ស្មើ, មានម៉ាសរាយស្មើសាច់,ចុង $A$ ផ្អែកនៅលើប្លង់កំរាលដេក, ចុង $B$ ត្រូវបានរក្សាដោយកំលាំង $\vec{F}$ ។ ដឹងថា $\vec{F}$ កែងនឹង $AB$ ។ កំណត់មេគុណកកិតតូចបំផុត រវាងរបារ និងកំរាល ដើម្បីឲ្យរបារមានលំនឹង។

## សម្រាយ

ឧបមាថា របារមានប្រវែង $2l$ ហើយ $C$ ជាចំនុចកណ្តាលរបស់របារ $AB$

តាមបំរាប់, ដោយរបារមានលំនឹង នោះពេលពិនិត្យម៉ូម៉ង់នៃបណ្តាកំលាំងធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិលនៅត្រង់ $O$ ជាបណ្តោះអាសន្ន(ព្រោះអាចផ្លាស់ប្តូរពេលវាវិល), យើងបាន:




$$Nl\sin\alpha = F_{ms}(l\cos\alpha + OC)$$

$$= F_{ms}\left(l\cos\alpha + \frac{l}{\cos\alpha}\right) = F_{ms}\frac{(\cos^2\alpha + 1)l}{\cos\alpha}$$

$$\Rightarrow \quad F_{ms} = \frac{N\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha + 1} = \frac{N\sin\alpha\cos\alpha}{2\cos^2\alpha + \sin^2\alpha}$$

$$= \frac{N}{\tan\alpha + 2\cot g\alpha} \le KN$$

$$\Rightarrow K \ge \frac{1}{\tan\alpha + 2\cot g\alpha} = y \qquad (*)$$

តាមសមីការ (*) យើងឃើញថា:

$y$ មានតំលៃអតិបរមា ពេលភាគបែងអប្បបរមា ចំពោះ

$$\tan\alpha = 2\cot g\alpha = \frac{2}{\tan\alpha} \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{2}$$

ដូចនេះ $K_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

Ex27: គ្រាប់ឃ្លីតូចមួយមានម៉ាស $m$ ត្រូវបានព្យួរទៅនឹងខ្សែ រួចគេទាញវាទៅម្ខាងយ៉ាងណាឲ្យខ្សែស្ថិតក្នុងទិសដេក ហើយលែងវិញដោយថ្នមៗ។ គណនា:

*a.* សំទុះទាំងមូលរបស់គ្រាប់ឃ្លី និងកំលាំងតំនឹងខ្សែ ជាអនុគមន៍នៃមុំ $\alpha$ ដែលផ្គុំដោយខ្សែជាមួយទិសឈរ។

*b.* កំលាំងតំនឹងខ្សែ ពេលផ្នែកល្បឿនតាមទិសឈររបស់គ្រាប់ឃ្លីមានតម្លៃអតិបរមា។

*c.* មុំលំងាក $\alpha$ ពេលវ៉ិចទ័រសំទុះទាំងមូលរបស់គ្រាប់ឃ្លីស្ថិតក្នុងទិសដេក។

## សម្រាយ

*a.* តាមរូប, អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចត្រង់ $A; B$ និងច្បាប់ទីពីរញូតុនត្រង់ $B$, យើងបាន:

$$V_B = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

$$T_B = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

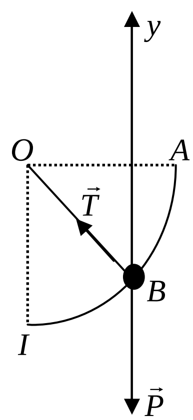
ចំពោះ $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ សមីការទាំងពីរខាងលើ $\Rightarrow \begin{cases} V_B = \sqrt{2gl\cos\alpha} \\ T_B = 3mg\cos\alpha \end{cases}$

សំទុះផ្គុំប៉ះ និងសំទុះផ្គុំកែងត្រង់ $B$:

$$\Rightarrow \begin{cases} ma_t = mg\sin\alpha \\ a_n = \frac{V_B^2}{l} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_t = g\sin\alpha \\ a_n = 2g\cos\alpha \end{cases}$$

ដូចនេះ កំលាំងតំនឹង និងសំទុះទាំងមូលរបស់ប៉ោលនៅត្រង់ទីតាំងមុំលំងាក $\alpha$ គឺ:

$$\Rightarrow \begin{cases} T_B = 3mg\cos\alpha \\ a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = g\sqrt{1+3\cos^2\alpha} \end{cases}$$




*b.* ពិនិត្យត្រង់ទីតាំងមុំលំងាក $\beta$:

ដូចគ្នាដែរ យើងមាន: $\begin{cases} V = \sqrt{2gl\cos\beta} \\ T = 3mg\cos\beta \end{cases}$

នាំឲ្យ $V_y = V\sin\beta = V\sqrt{1-\cos^2\beta} = \sqrt{2gl(\cos\beta - \cos^3\beta)}$

យើងឃើញថា $V_{y\min}$ ពេល $y = \left(\cos\beta - \cos^3\beta\right)_{\max}$

ពិនិត្យ $y' = 0$ ហើយយើងទាញបាន $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{3}}$

ដូចនេះ កំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែពេល $V_{y\min}$ គឺ: $T = 3mg\cos\beta = mg\sqrt{3}$

*c.* ពេលសំទុះទាំងមូលស្ថិតក្នុងទិសដេក, ឧបមាថា ត្រូវគ្នានឹងមុំលំងាក $\alpha$:

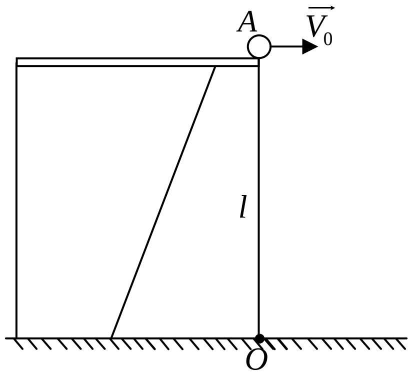
ចំនោលលើ $By$: $a_y = 0$ នាំឲ្យ

$$mg = T\cos\alpha = 3mg\cos^2\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

ដូចនេះ, ពេលសំទុះទាំងមូលស្ថិតក្នុងទិសដេក នោះ $\alpha = ar\cos\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \beta$

(ត្រូវគ្នានឹងលទ្ធផលរបស់សំនួរ *b.*)

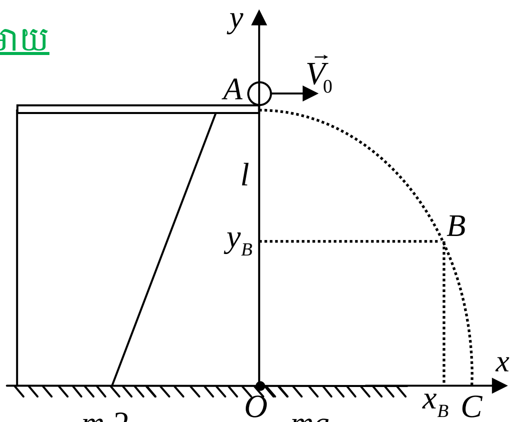
Ex28: គ្រាប់ឃ្លីមួយត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងចុងម្ខាងរបស់ខ្សែស្រាល, មិនយឺតមានប្រវែង $l$, ឃ្លីត្រូវបានដាក់នៅគែម $A$ របស់តុ, ចុងម្ខាងទៀតរបស់ខ្សែនៅនឹង ត្រង់ចំនុច $O$ ស្ថិតនៅលើកំរាលដេក, $OA$ កែងនឹងកំរាល(ដូចរូប)។ គេផ្តល់ឲ្យគ្រាប់ឃ្លីនូវល្បឿន $\vec{V}_0$ តាមទិសដេក $\left(V^2 = \frac{2}{3}gl\right)$។ មិនគិតកំលាំងទប់របស់ខ្យល់។




*a.* ស្រាយបញ្ជាក់ថា គន្លងរបស់ឃ្លីក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីគែមតុ មិនមែនជារង្វង់។

*b.* កំណត់ និងសង់គន្លងរបស់ឃ្លីក្រោយពេលវាធ្លាក់ចេញពីតុ រហូតដល់ពេលវាទង្គិចនឹងកំរាលើ។

## សម្រាយ




*a.* គន្លងរបស់គ្រាប់ឃ្លី ក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីគែមក្តារ មិនមែនជារង្វង់ទេ។

ពិតជាដូចនេះ, ឧបមាថា $V_0$ ធំល្មមដើម្បីឲ្យគ្រាប់ឃ្លីផ្លាស់ទីរាងជារង្វង់ នៅលើគន្លង $(O,l)$

ត្រង់ $A$ ពិនិត្យនៅលើទិសដៅតំរង់ទៅរកផ្ចិត: $P + T = \frac{mV_0^2}{l} \Rightarrow T = \frac{mV_0^2}{l} - P \Rightarrow T = \frac{m}{l}\frac{2}{3}gl - mg = -\frac{mg}{3} < 0$

ដូចនេះ ក្រោយពេលគ្រាប់ឃ្លីធ្លាកចេញពីក្តារ, ឃ្លីមិនផ្លាស់ទីជារង្វង់ទេ។

*b.* ជ្រើសរើសតំរុយ $Oxy$ ដូចរូប និងគល់ពេល ជាពេលដែលឃ្លីចាប់ផ្តើមធ្លាក់ចេញពីក្តារ $(t_0 = 0)$

តាមទិស $Ox$ : $\quad x = V_0 t \qquad (1)$

តាមទិស $Oy$ : $\quad y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + l \qquad (2)$

តាម (1) និង (2) ទាញបាន: $y = -\dfrac{3}{4l}x^2 + l \qquad (*)$

សមីការ $(*)$ ឲ្យយើងឃើញពីគន្លងរបស់ឃ្លី គឺជាផ្នែក $AB$ របស់ប៉ារ៉ាបូល។

ឧបមាថា ត្រង់ $B$ ជាទីតាំងខ្សែចាប់ផ្តើមតឹង នោះ $B(x_B; y_B)$ នៅលើរង្វង់ $(O,l)$ មានសមីការ:

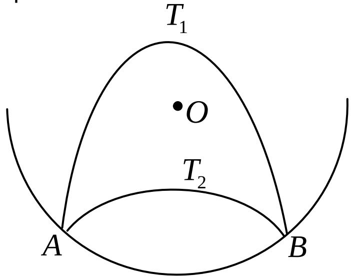
$$x_B^2 + y_B^2 = l^2 \qquad (**)$$

តាម $(*)$ និង $(**)$ យើងបាន: $x_B^2 + \dfrac{9}{16l}x_B^4 + l^2 - \dfrac{3}{2}x_B^2 l = l^2$

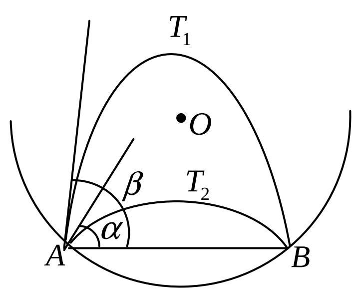
យើងរកបាន: $\quad x_B = \dfrac{2l\sqrt{2}}{3}, \quad y_B = \dfrac{l}{3}$

ដូចនេះ ក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីតុ, គន្លងរបស់គ្រាប់ឃ្លី គឺជាផ្នែក $AB$ របស់ប៉ារ៉ាបូល និងផ្នែកធ្នូ $BC$ របស់រង្វង់ $(O,l)$ ។

Ex29: កន្លះស្វ៊ែមួយ ដាក់នៅលើតុដេក, បង្វិលផ្នែកផតឡើងលើ។ គ្រាប់ឃ្លីមួយ ធ្លាក់លើផ្ទៃខាងក្នុងរបស់កន្លះស្វ៊ែ ហើយទង្គិចខ្ទាតជាមួយកន្លះស្វ៊ែនៅត្រង់ទីតាំងពីរបន្តបន្ទាប់ $A, B$ ស្ថិតនៅកំពស់ដូចគ្នា។ ដោយដឹងថា រយៈពេលផ្លាស់ទីពីរ $A$ ទៅ $B$ គឺ $T_1$ ហើយពី $B$ ទៅ $A$ គឺ $T_2$ $(T_2 \neq T_1)$, បណ្តាគន្លងស្ថិតនៅក្នុងប្លង់តែមួយ។ រកកាំរបស់ស្វ៊ែ។




<u>សម្រាយ</u>




+ ដោយជាទង្គិចខ្ទាត នោះល្បឿនមុខនិងក្រោយទង្គិចមានទំហំដូចគ្នាគឺ $v$, នេះជាចលនាចោលតាមទិសទេពីរដែលមានមុំចោល $\alpha$ និង $\beta$: $\alpha + \beta = 90^0$

+ មាន: $T_2 = \dfrac{2v\sin\alpha}{g}; T_1 = \dfrac{2v\sin\beta}{g} = \dfrac{2v\cos\alpha}{g}$

+ ដោយជាទង្គិចស្ទក់ នោះវ៉ិចទ័រល្បឿនទាំងពីរ តាមច្បាប់

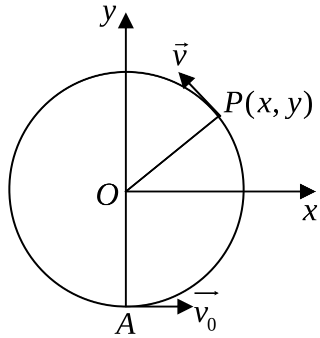
ចំនាំងផ្លាត, បន្ទាត់កែង គឺជាកាំ $AO$ ។ មុំ $OAI = 45^0$,

$$R = AO = AI\sqrt{2}$$

\+ ចំងាយធ្លាក់: $AB = \dfrac{v^2 \sin 2\alpha}{g} = \dfrac{2v\cos\alpha . 2v\sin\alpha}{2g} = \dfrac{T_1T_2 g}{2}$

\+ $R = \dfrac{AB\sqrt{2}}{2} = \dfrac{T_1T_2 g\sqrt{2}}{4}$

Ex30: អង្គធាតុតូចមួយចាប់ផ្ដើមធ្វើចលនាតាមទិសដេកដោយល្បឿន $v_0$ ពីចំនុច $A$ នៅលើបាតរបស់ទររាងជារង្វង់មួយ, រលោងមានកាំ $R$, ដាក់ឈរត្រង់។ អង្គធាតុផ្លាស់ទីតាមបណ្ដោយទរ រហូតដល់ចំនុច $P$ ណានោះ ក៏ធ្លាក់ចេញពីទរ, រួចធ្លាក់ចំកន្លែងចាប់ផ្ដើម $A$ ។ បើកូអរដោនេរបស់ចំនុច $P$ គឺ $(x, y)$ ចូរស្រាយថា:




*a.* $1 + \dfrac{R}{y} = \dfrac{x^2}{y^2}\left(-1 + \dfrac{R^2}{2y^2}\right)$

*b.* ពិនិត្យមើលថា $y = \dfrac{R}{2}$ គឺជាឫសរបស់សមីការនេះរឺទេ? ចូរកំណត់ $v_0$ ។

*c.* ល្បឿនរបស់អង្គធាតុស្មើប៉ុន្មាន ពេលវាធ្លាក់ទៅដល់ $A$?

## សម្រាយ

*a.* + សមីការច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុត្រង់ $P$: $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{a}$

\+ ចំនោលលើទិសកែង: $mg\sin\theta - N = \dfrac{mv^2}{R}$

ពេលអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីទរគឺ $N = 0$, ទាញបាន $v^2 = Rg\sin\theta = g.y$ (1)

\+ សមីការចលនារបស់អង្គធាតុក្នុងតំរុយ $x'Py'$ :

$$x' = t.v\sin\theta; \ y' = -t.v.\cos\theta + g.t^2/2$$

\+ ពេលអង្គធាតុទៅប៉ះ $A$ គឺ: $x' = x; y' = y + R$, ទាញបាន $t = x/v\sin\theta$

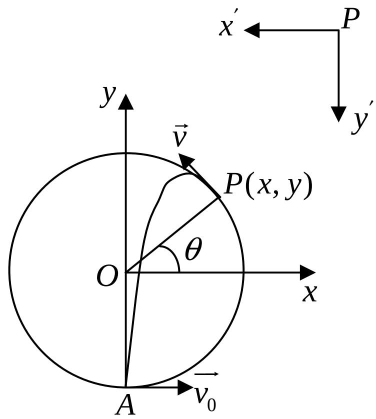
និង $y + R = -x\cot g\theta + \dfrac{gx^2}{2v^2\sin^2\theta}$ (2)

\+ ជំនួស (1) ចូល (2): $y + R = -x\cot g\theta + \dfrac{x^2}{2y\sin^2\theta}$

ដោយ $x/y = \cot g\theta; \ y/R = \sin\theta$,

ទាញបាន $y + R = -\dfrac{x^2}{y} + \dfrac{x^2R^2}{2y^3}$

ចុងក្រោយ: $1+\frac{R}{y}=\frac{x^2}{y^2}\left(\frac{R^2}{2y^2}-1\right)$ (3)




$b.+$ ចំពោះ $y=\frac{R}{2}$ ជំនួសចូល (3), យើងរកបាន $x=\frac{3R}{4}$

យើងឃើញថា $y=\frac{R}{2}$ ជាឬសរបស់ (3) ព្រោះ: $y^2+x^2=R^2$

+ តាមច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

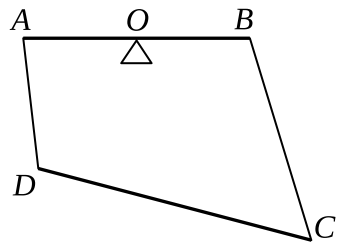
$E_A=E_P \to mv_0^2/2=mv^2/2+mg(R+y)$ (4)

តាម (1), ពេល $y=R/2$ នោះ: $v^2=gR/2$,

ជំនួសចូល (4) បាន $v_0=\sqrt{3,5gR}$

$c.+$ ដោយថាមពលមេកានិចរបស់អង្គធាតុមិនប្រែប្រួល នោះល្បឿនរបស់អង្គធាតុពេលទៅដល់ $A$ នៅតែស្មើនឹង: $v_0=\sqrt{3,5gR}$

Ex31: របារតូចពីរ $AB$ និង $CD$ ស្មើសាច់ ត្រូវបានចងភ្ជាប់គ្នានៅចុងទាំងពីរ ដោយបណ្តាខ្សែ $AD$, $BC$ មិនយឺត, ម៉ាសអាចចោលបាន។ របារ $AB$ អាចវិលដោយគ្មានកកិតជុំវិញអ័ក្សនឹង ស្ថិតក្នុងទិសដេក កាត់តាមចំនុចកណ្តាល $O$ របស់របារ។ ចូរគណនាបណ្តាមុំផ្គុំឡើងដោយ បណ្តារបារ និងបណ្តាខ្សែពេលប្រព័ន្ធមានលំនឹង?




គេឲ្យ $AB=40cm$; $BC=50cm$; $CD=70cm$; $AD=30cm$

## សម្រាយ

+ ពិនិត្យលំនឹងរបស់ប្រព័ន្ធទាំងមូល, កំលាំងដែលមានអំពើរទាំងបី $P_1, P_2$ និង $N$ ស្ថិតក្នុងប្លង់តែមួយ, កាត់តាម $O$ នាំឲ្យទំររបស់ $P_2$ ក៏កាត់តាម $O$ ដែរ

+ ពិនិត្យលំនឹងរបស់របារ $CD$ ក្រោមអំពើររបស់កំលាំងទាំងបី $T_1, T_2, P_2$

មានពីរករណីដែលអាចកើតមាន: កំលាំងទាំងបីស្របគ្នា រឺកំលាំងទាំងបីកាត់តាមចំនុចមួយ

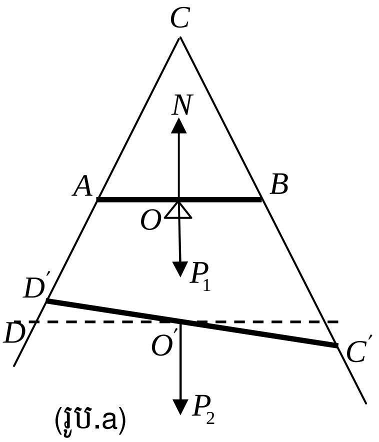
+ ករណីទី១: បើកំលាំងទាំងបីស្របគ្នា (រូប b)

សង់ $DE \parallel AB$, ពិនិត្យត្រីកោណ $DEC$, ដោយ $DE+EC=60<70=DC$, ករណីនេះមិនអាចកើតមាន។

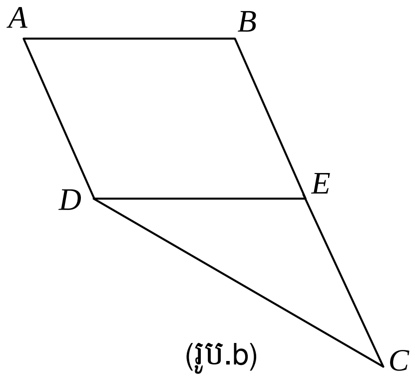
+ ករណីទី២: កំលាំងទាំងបីកាត់តាមចំនុចមួយ(ប្រសព្វគ្នា) (រូប a)

ឧបមាថា $CD$ មិន $\parallel AB$, តាម $O'$ សង់ $C'D' \parallel AB$

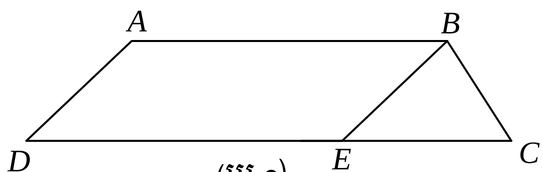
$\to O'D'=O'C'$ នាំឲ្យ $DD'CC'$ ជាប្រលេឡូក្រាម, មិនសមហេតុផល, ទាញបាន $CD \parallel AB$




(រូប.a)




(រូប.b)




(រូប.c)

+ តាម $B$ សង់ $BE \parallel AD$ (រូប c), តាមទ្រឹស្តីបទអនុគមន៍កូស៊ីនុស:

$$\cos C = \frac{BC^2 + CE^2 - BE^2}{2.BC.CE} = \frac{50^2 + 30^2 - 30^2}{2.50.30} = \frac{5}{6}$$

$$\cos D = \cos E = \frac{30^2 + 30^2 - 50^2}{2.30.30} = -\frac{7}{18}$$

$$\hat{B} = 180^0 - \hat{C};\ \hat{A} = 180^0 - \hat{D}$$

Ex32: ទូកមានប្រវែង $l$, មានម៉ាស $m_1$, នៅនឹងថ្កល់លើផ្ទៃទឹក, មនុស្សម្នាក់មានម៉ាស $m_2$ ឈរនៅក្បាលទូក លោតទៅលើដោយល្បឿន $\vec{v}_0$ តាមទិសទេរបានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងផ្ទៃទឹក ហើយធ្លាក់ចំកណ្តាលទូក។ គណនា $v_0$ ?

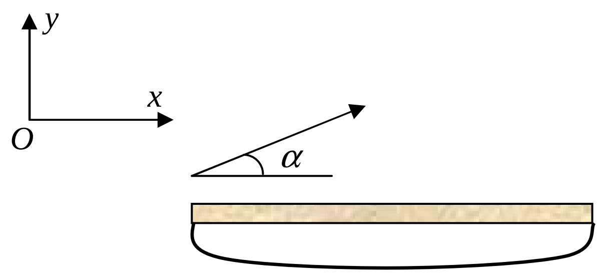
## សម្រាយ

សមីការចលនារបស់មនុស្ស:

$$x_1 = v_0 \cos\alpha.t$$

$$y_1 = v_0 \sin\alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt$$




រយៈពេលផ្លាស់ទីរបស់មនុស្ស:

$$t = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \Rightarrow x_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \qquad (1)$$

ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា តាមទិសដេក:

$$m_2v_0\cos\alpha + m_1v_1 = 0 \;\Rightarrow\; v_1 = -\frac{m_2v_0\cos\alpha}{m_1}$$

ទាញបាន: $x_2 = v_1.t = -\dfrac{m_2v_2^2\sin 2\alpha}{m_1g}$

តាមបំរាប់: $x_2 - x_1 = \dfrac{l}{2}$ (2)

តាម $(1)\&(2) \;\Rightarrow\; v_0 = \sqrt{\dfrac{m_1gl}{2(m_1+m_2)\sin 2\alpha}}$

Ex33: ស្នៀតមួយមានមុខ $AB$ ប្រវែង $1m$ ទ្រេតបានមុំ $30^0$ ធៀបនឹងទិសដេក។ ដាក់វត្ថុ $M$ មានម៉ាស $m = 1kg$ នៅត្រង់ $A$, លែងឲ្យ $M$ រអិលនៅលើប្លង់ទេ $AB$ របស់ស្នៀត។ មេគុណកកិតរវាង $M$ និងស្នៀតគឺ $\mu = 0,2$ ។ រករយៈពេលដើម្បីឲ្យ $M$ រអិលទៅដល់ $B$ ក្នុងបណ្តាករណី៖

*a.* ស្នៀតនៅនឹង

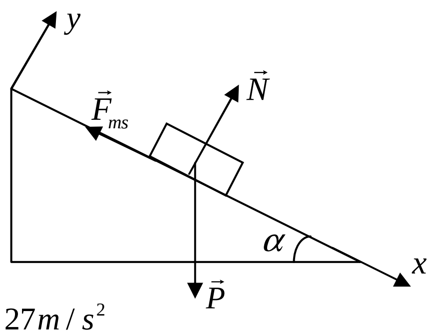
*b.* ស្នៀតត្រូវបានទាញឡើងដោយសំទុះ $a' = 2m/s^2$ តាមទិសឈរត្រង់ឡើងទៅលើ។ យក $g = 10m/s^2$

## សម្រាយ

*a.* អង្គធាតុ $M$ រងអំពើនៃកំលាំងបី: ទំងន់ $\vec{P}$, កំលាំងកកិត $\vec{F}_{ms}$, កំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{N}$

* ករណីស្នៀត(ប្លង់ទេរ) នៅស្ងៀម:

ជ្រើសរើសតំរុយ $Oxy$ ដូចរូប:




តាមច្បាប់ទីពីរញូតុន: $\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{ms} = m\vec{a}$

ចំនោលលើអ័ក្សទាំងពីរ $Ox$ និង $Oy$:

$$Ox: \; -P\sin\alpha - F_{ms} = ma \qquad (1)$$

$$Oy: \; N - P\cos\alpha = 0 \qquad (2)$$

តាម (1) និង (2): $a = g(\sin 30^0 - \mu\cos 30^0) = 3,27m/s^2$

រយៈពេលដែលអង្គធាតុធ្លាក់: $S = \dfrac{1}{2}at^2 \;\Rightarrow\; t = \sqrt{\dfrac{2S}{a}} = \sqrt{\dfrac{2}{3,17}} = 0,78s$

*b.* ស្នៀតត្រូវបានទាញឡើងត្រង់ទៅលើដោយ $a' = 2m/s^2$

ជ្រើសរើសតំរុយដូចរូប:

ចំនោលលើ $Ox$: $\quad N\sin 30^0 - \mu N\cos 30^0 = ma_x \quad (3)$

ចំនោលលើ $Oy$: $N\cos 30^0 - \mu N\sin 30^0 - P = ma_y$ (4)

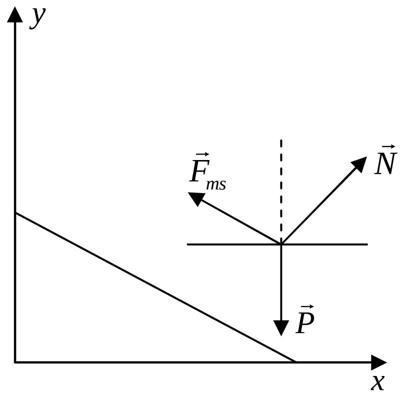
តាមដ្យាក្រាមវ៉ិចទ័រ:

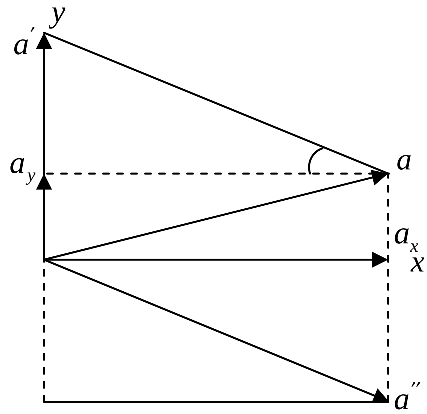
$$a_x = a''\cos 30^0 = 0,866a''$$

$$a_y = a' - a''\sin 30^0 = 2 - 0,5a''$$

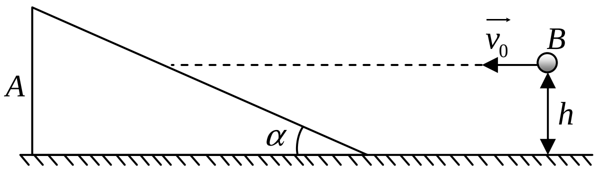
ជំនួសចូល (3) និង (4) $\Rightarrow$ $a'' = 3,92m/s^2$

រយៈពេលផ្លាស់ទីអស់ប្លង់ជំរាល: $t = \sqrt{\frac{2S}{a''}} = 0,71s$




Ex34: ស្នៀត $A$ មួយ មានម៉ាស $M$ ដាក់នៅលើតុដេក, មេគុណកកិតរវាងស្នៀត និងតុគឺ $\mu$, មុំ $\alpha = 30^0$, គ្រាប់បាញ់មួយ បាញ់តាមទិសដេកដោយល្បឿន $v_0$ (នៅកំពស់ $h$ ធៀបនឹងតុ) ទៅទង្គិចនឹងប្លង់ទេរបស់ស្នៀត។ ទង្គិចរបស់ស្នៀត និងគ្រាប់បាញ់ គោរពតាមច្បាប់ចំនាំងផ្លាតកញ្ចក់ ហើយល្បឿនឃ្លីក្រោយពេលទង្គិចមានល្បឿន $\frac{7v_0}{9}$។ តើក្រោយពេលទង្គិច គ្រាប់ឃ្លីឡើងដល់កំពស់អតិបរមានស្មើប៉ុន្មានធៀបនឹងតុ ហើយស្នៀតបំលាស់ទីបានចំងាយណា?

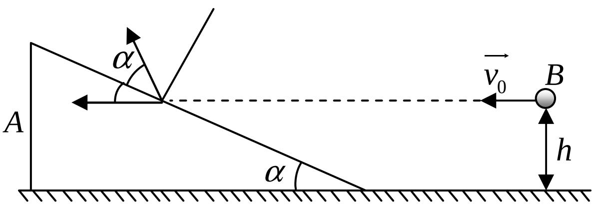



## សម្រាយ

ជ្រើសរើសតំរុយ $Oxy$ ដូចរូប: $O$ ជាចំនុចទង្គិច

តាង $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$ ជាល្បឿនគ្រាប់ឃ្លីក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម, $\vec{v}_A$ ជាល្បឿនរបស់ស្នៀតក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា ចំពោះស្នៀតតាមទិសដេក: $mv_x + Mv_A = mv_0$




ដែល $\begin{cases} v_x = v\cos 2\alpha = \dfrac{7}{9}v_0\cos 2\alpha \\ v_y = v\sin 2\alpha = \dfrac{7}{9}v_0\sin 2\alpha \end{cases}$

$$\Rightarrow v_A = \frac{mv_0}{M}(1-\frac{7}{9}\cos 2\alpha) = \frac{11mv_0}{18M}$$

កំពស់អតិបរមា ដែលគ្រាប់ឃ្លីអាចឡើងដល់ពីចំនុចចោលៈ

$$h_{\max} = \frac{v_y^2}{2g} = \frac{(\frac{7}{9}v_0\sin 2\alpha)^2}{2g} = \frac{49v_0^2}{216g}$$

កំពស់អតិបរមាដែលគ្រាប់ឃ្លីអាចឡើងទៅដល់ ធៀបនឹងតុៈ

$$H_{\max} = \frac{49v_0^2}{216g} + h$$

សំទុះរអិលតាមទិសដេករបស់ស្នៀតៈ $a = -\dfrac{F_{ms}}{M} = -\dfrac{\mu Mg}{M} = -\mu g$

ស្នៀតរអិលតាមទិសដេកតាមប្រវែងៈ $s = -\dfrac{v_A^2}{2a} = \dfrac{(\frac{11mv_0}{18M})^2}{2\mu g} = \dfrac{121m^2v_0^2}{648M^2\mu g}$

Ex35: មនុស្សម្នាក់មានម៉ាស $m$ ឈរនៅក្បាលទូកដែលមានម៉ាស $M$ , ប្រវែង $l$ កំពុងនៅស្ងៀម។ តើគាត់ ត្រូវលោតដោយល្បឿនតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន តាមទិសណា ដើម្បីធ្លាក់ចំកន្ទុយទូក។

## សម្រាយ

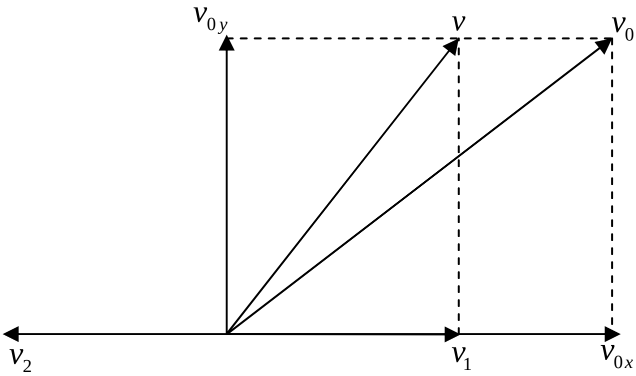
ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយទូក, មនុស្សមានល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ , ផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ $\alpha_0$ ។

ចំងាយធ្លាក់របស់មនុស្សៈ $l = \dfrac{v_0^2\sin 2\alpha}{g}$

ល្បឿនតូចបំផុត $v_{0\min} = \sqrt{gl}$ , ត្រូវគ្នានឹង $\alpha_0 = 45^0$

បណ្តាល្បឿនតាមទិសដេក និងតាមទិសឈរ ក្នុងពេលនេះគឺៈ $v_{0x} = v_{0y} = \sqrt{\dfrac{gl}{2}}$

តាង $v_1$ ជាល្បឿនរបស់មនុស្សតាមទិសដេក, $v_2$ ជាល្បឿនរបស់ទូក។




ក្នុងតំរុយភ្ជាប់ជាមួយដី, បរិមាណចលនារបស់ប្រព័ន្ធត្រូវបានរក្សា:

$$mv_1 + Mv_2 = 0 \Rightarrow v_2 = -\frac{m}{M}v_1$$

ល្បឿនរបស់មនុស្សធៀបនឹងទូក:

$$v_{0x} = v_1 - v_2 = \frac{M+m}{M}v_1$$

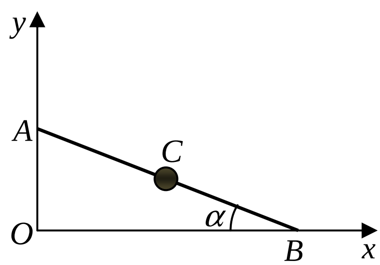
$$v_1 = \frac{M}{M+m}v_{0x}$$

ដូចនេះ ល្បឿនអប្បបរមារបស់មនុស្ស លោតក្នុងតំរុយភ្ជាប់ទៅនឹងដីគឺ:

$$v_{\min} = \sqrt{v_1^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{\frac{gl}{2}}\sqrt{\left(\frac{M}{M+m}\right)^2 + 1}$$

មុំលោត $\alpha$: $\tan\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_1} = \dfrac{M+m}{M}$

Ex36: របារ $AB$ ប្រវែង $l$, មិនគិតម៉ាស មានចុងទាំងពីរផ្អែកនៅលើអ័ក្សទាំងពីរ $Ox$ និង $Oy$ (ដូចរូប)។ ល្បឿនរបស់ចុង $B$ ស្មើ $v_0$ មិនប្រែប្រួល។ ត្រង់ចំនុចកណ្តាល $C$ របស់របារ មានភ្ជាប់វត្ថុតូចមួយ មានម៉ាស $m$ ។ គណនាកំលាំងដែលវត្ថុមានអំពើលើ របារ ពេលរបារផ្គុំជាមួយ $Ox$ បានមុំ $30^0$ ។




## សម្រាយ

$m$ មានគន្លងជាធ្នូរង្វង់ផ្ចិត $O$, កាំ $\frac{1}{2}$ ។ វ៉ិចទ័រល្បឿន $\vec{v}$ ប៉ះនឹងធ្នូរង្វង់ $(\vec{v} \perp OC)$

$$\frac{v_x}{v} = \sin\alpha \Rightarrow v = \frac{v_x}{\sin\alpha}, \text{ ចំពោះ } v_x = \frac{v_B}{2} = v_0, \alpha = 30^0, v = v_0$$

អំពើដែលមានទៅលើអង្គធាតុ $m$ គឺកំលាំង $\vec{P}$ និងកំលាំងប្រតិកម្ម $\vec{N}$ របស់របារ។

$\vec{P}+\vec{N}=m\vec{a}$ មាន $v_x$ មិនប្រែប្រួល នាំឲ្យ $a_x=0, \vec{a}, \vec{N}$ មានទិសឈរត្រង់។

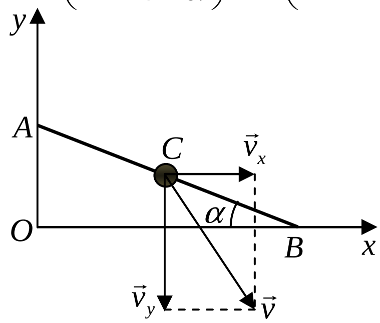
ពិនិត្យតាមទិសដៅគំរង់ទៅផ្ចិត:

$$(mg-N).\sin\alpha = ma_{ht} = m\frac{v^2}{\frac{1}{2}} = \frac{2mv^2}{l} \Rightarrow N = m\left(g-\frac{2v^2}{l\sin\alpha}\right) = m\left(g-\frac{4v^2}{l}\right)$$

កំលាំងដែលអង្គធាតុមានអំពើលើរបារ: $\vec{Q}=-\vec{N}$

$\vec{Q}$ មានទិសដៅចុះក្រោមបើ $g>\frac{4v^2}{l}$

$\vec{Q}$ មានទិសដៅទៅលើបើ $g<\frac{4v^2}{l}$



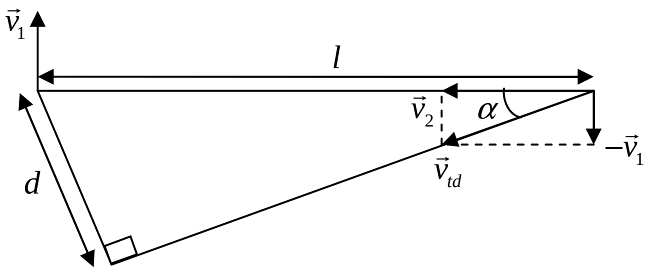

Ex37: ចេញពី២ចំនុចនៅកំពស់តែមួយ $h$ ស្ថិតនៅលើផ្ទៃដី និងឃ្លាតពីគ្នាចំងាយ $l$, គេចោលព្រមគ្នា នូវថ្ម២ដុំ៖ មួយមានទិសដៅទៅលើ តាមទិសឈរត្រង់ដោយល្បឿន $\vec{v}_1$ និងមួយទៀតតាមទិសដេកដោយល្បឿន $\vec{v}_2$។ សួរថា ក្នុងដំណើរការដែលដុំថ្មទាំងពីរផ្លាស់ទី, ចំងាយខ្លីបំផុតរវាងពួកវាស្មើប៉ុន្មាន? ដោយដឹងថា ល្បឿនដើមរបស់ដុំថ្មទាំងពីរស្ថិតក្នុងប្លង់ឈរដូចគ្នា។

## សម្រាយ

ជ្រើសរើសតំរុយភ្ជាប់ទៅនឹងដុំថ្មទី១។ ពេលនោះ, យើងពិនិត្យចលនារបស់ដុំថ្មទី២:

$$\vec{a}_2 = \vec{a}_{12} - \vec{a}_1 = \vec{g} - \vec{g} = 0$$

$$\vec{v}_{td} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$



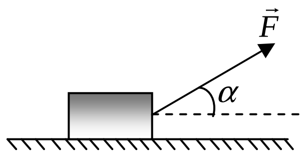

ចំងាយខ្លីបំផុតរវាងដុំថ្មទាំងពីរគឺ: $d = l\sin\alpha = \frac{lv_1}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}}$

រយៈពេលដើម្បីឲ្យដុំថ្មទាំងពីរ មានចំងាយខ្លីបំផុត: $t = \frac{l\cos\alpha}{v_{td}} = \frac{l\cos\alpha}{\sqrt{v_1^2+v_2^2}} = \frac{lv_2}{v_1^2+v_2^2}$

ដើម្បីឲ្យលទ្ធផលខាងលើមានន័យ, ត្រូវមានលក្ខខណ្ឌបន្ថែម គឺទៅដល់ខណៈពេលនោះ, ដុំថ្មទី១ មិនទាន់ប៉ះដី: $\Rightarrow t \le \sqrt{\frac{2h}{g}} \Leftrightarrow \frac{lv_2}{v_1^2+v_2^2} \le \sqrt{\frac{2h}{g}}$

Ex38: អង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស $m$ កំពុងនៅស្ងៀមនៅលើប្លង់ដេករលោង។ ពេល $t=0$ អង្គធាតុនេះ រងអំពើរបស់កំលាំងមួយអាស្រ័យនឹងរយៈពេលតាមច្បាប់ $F=Ct$, $C$ ជាចំនួនថេរ។ កំលាំងផ្គុំជាមួយប្លង់ដេកបានមុំ $\alpha$ មិនប្រែប្រួល។

បង្កើតកន្សោមល្បឿន និងគណនាល្បឿនរបស់អង្គធាតុពេលវាធ្លាក់ចេញពីប្លង់។




## សម្រាយ

ពេលអង្គធាតុនៅរអិលលើប្លង់

$$ma = F\cos\alpha = (C.\cos\alpha).t \qquad (1)$$

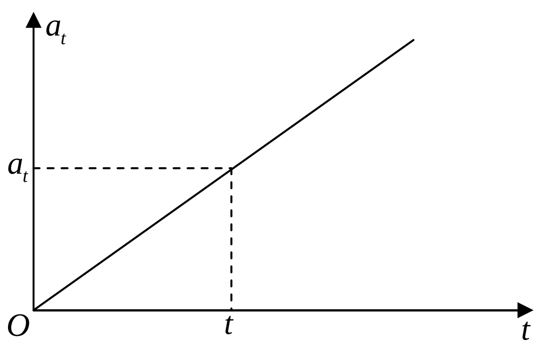
$$N = mg - F.\sin\alpha = mg - (C.\sin\alpha).t \qquad (2)$$

សំទុះរបស់អង្គធាតុ: តាម (1) យើងបាន:

$$a_t = \frac{(C.\cos\alpha).t}{m} = A.t \qquad (3)$$

ដែល $A = \frac{C.\cos\alpha}{m}$

សំទុះ $a_t$ ជាអនុគមន៍ដឺក្រេទីមួយនៃរយៈពេល $t$ មានក្រាបដូចរូបខាងក្រោម:




ទំហំល្បឿននៅខណៈពេល $t$ ស្មើនឹងក្រឡាផ្ទៃរូបត្រីកោណដែលមានជ្រុងមួយគឺ $t$, ជ្រុងមួយទៀតគឺ $a_t$, នៅលើក្រាប $v_t = \frac{1}{2}a_t.t = \frac{1}{2}.\frac{C.\cos\alpha}{m}.t^2$

ពេលអង្គធាតុធ្លាក់ចេញពីប្លង់នៅខណៈពេល $t_0$ : $N=0 \Rightarrow t_0 = \frac{mg}{C.\sin\alpha}$

ល្បឿនរបស់អង្គធាតុនៅពេលនោះគឺ: $v_{t_0}=\dfrac{mg^2.\cos\alpha}{2C.\sin^2\alpha}$

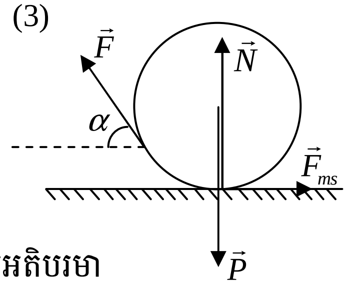
Ex38: គេរុំខ្សែមិនយឺត, ម៉ាសមិនគិត ជុំវិញជុំស៊ីឡាំងមានម៉ាស $m$ ។ ស៊ីឡាំងដាក់នៅលើកំរាលដេក។ តើត្រូវទាញខ្សែដោយកំលាំង $\vec{F}_{\min}$ តូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យស៊ីឡាំងវិលនៅនឹងកន្លែង? មេគុណកកិតរវាងស៊ីឡាំង និងកំរាលគឺ $k$ ។

## សម្រាយ

ស៊ីឡាំងវិលនៅនឹងកន្លែងនាំឲ្យ: $F\cos\alpha - F_{ms}=0$ (1)

$N+F.\sin\alpha - mg = 0$ (2)

$F_{ms}=k.N$ (3)




តាមបណ្តាសមីការខាងលើ, យើងបាន:

$$F.\cos\alpha = k(mg - F.\sin\alpha)$$

$$\Rightarrow\ F=\frac{kmg}{\cos\alpha+k\sin\alpha}=\frac{kmg}{y}$$

កំលាំង $F$ មានតំលៃអប្បបរមា បើ $y=\cos\alpha+k\sin\alpha$ មានតំលៃអតិបរមា

$\Rightarrow\ \tan\alpha = k$ (ធ្វើដេរីវេ រកតំលៃអតិបរមា) និង $y=\sqrt{1+k^2}$

ដូចនេះ: $\alpha=\arctan k$

$$F_{\min}=\frac{kmg}{\sqrt{1+k^2}}$$

Ex39: អង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស $m_1$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $\vec{v}_1$ ពី $A$ ទៅទង្គិចខ្ទាតនឹងអង្គធាតុ $m_2$ $(m_2<m_1)$ កំពុងនៅស្ងៀមត្រង់ $B$ នៅលើកំរាលដេក។ ក្រោយពេលទង្គិច $m_1$ មានល្បឿន $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_1'$ ផ្គុំជាមួយ $\vec{v}_1$ បានមុំ $\alpha$ ។ កំណត់ផលធៀប $\dfrac{v_1'}{v_1}$ ត្រូវគ្នានឹងករណីមុំលំងាក $\alpha$ ធំបំផុត។ មិនគិតគ្រប់កកិត។

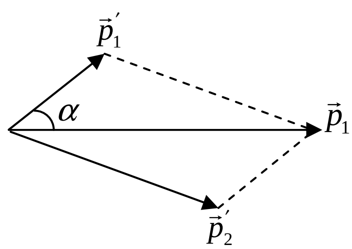
## សម្រាយ

ពិនិត្យប្រព័ន្ធបិទដែលមាន $m_1$ និង $m_2$:

ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា $\vec{p}_1=\overrightarrow{p_1'}+\overrightarrow{p_2'}$

$\Rightarrow\ p_2'^2 = p_1^2+p_1'^2-2p_1p_1'\cos\alpha$ (1)

ច្បាប់រក្សាថាមពល $K_1=K_1'+K_2'$



ដោយ $K=\frac{p^2}{2m}$ នាំឲ្យ $\frac{m_1}{m_2}p_2'^2 = p_1^2 - p_1'^2$ (2)

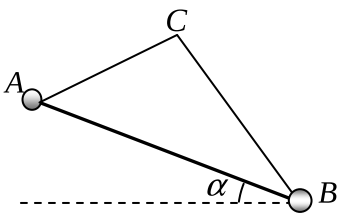
ជំនួស (1) ចូល (2): $\Rightarrow (1-\frac{m_2}{m_1})p_1^2 + (1+\frac{m_2}{m_1})p_1'^2 = 2p_1p_1'\cos\alpha$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x}(1-\frac{m_2}{m_1}) + x(1+\frac{m_2}{m_1}) = 2\cos\alpha$ ដែល $x=\frac{v_1'}{v_1}$

ពេលមុំលំងាក $\alpha$ ធំបំផុត $\Rightarrow \cos\alpha_{min} \Leftrightarrow \frac{1}{x}(1-\frac{m_2}{m_1}) = x(1+\frac{m_2}{m_1})$

ពេលនោះ: $x=\frac{v_1'}{v_1}=\sqrt{\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}}$

Ex40: របារ $AB$ មានប្រវែង $l$ ,មានម៉ាសអាចចោលបាន។ ចុង $A$ ភ្ជាប់នឹងអង្គធាតុ $m_1=300g$ ចុង $B$ ភ្ជាប់នឹងអង្គធាតុ $m_2=200g$ ។ គេងចងខ្សែមិនយឺតមួយទៅនឹងចុងទាំងពីរ $A, B$ រួចព្យួរទៅនឹងកំពូល $C$ ស្ថិតនៅនឹងមិនមានកកិត យ៉ាងណាឲ្យរបារមានលំនឹងដូចរូប។
ដឹងថា ប្រវែងខ្សែ $ACB=l'=30cm$ ។



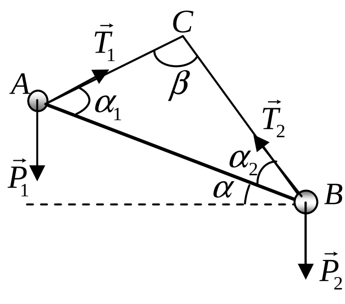

*a.* គណនាប្រវែងអង្កត់ខ្សែនីមួយៗ $CA$ និង $CB$

*b.* ដោយដឹងថារបារ $AB$ ផ្គុំជាមួយទិសដេកបាន មុំ $\alpha=10^0$ ។ គណនាប្រវែងរបារ $AB$ ។

## សម្រាយ

*a.* $CA+CB=30cm$

ដោយ $AB$ មានលំនឹង, យើងបាន:




+ $M(\vec{P}_{1/B}) = M(\vec{T}_{1/B})$

+ $M(\vec{P}_{2/A}) = M(\vec{T}_{2/A})$

$\Rightarrow P_1.AB\cos\alpha = T_1.AB\sin\alpha_1$ (1)

$P_2.AB\cos\alpha = T_2AB\sin\alpha_2$ (2)

ដោយមិនមានកកិត: $T_1=T_2$

តាម (1), (2) $\Rightarrow \frac{P_1}{\sin\alpha_1}=\frac{P_2}{\sin\alpha_2} \Rightarrow \frac{0,3.10}{\sin\alpha_1}=\frac{0,2.10}{\sin\alpha_2}$

$\Rightarrow \sin\alpha_1 = \frac{3}{2}\sin\alpha_2$ (3)

តាមទ្រឹស្តីបទស៊ីនុស: $\frac{CB}{\sin\alpha_1}=\frac{AC}{\sin\alpha_2} \Rightarrow \frac{1-AC}{\sin\alpha_1}=\frac{AC}{\sin\alpha_2}$

$\Rightarrow AC = 12cm, CB = 18cm$

*b.* ប្រវែង $AB$:

ដោយ $AB$ មានលំនឹង: $\vec{T_1} + \vec{P_1} + \vec{T_2} + \vec{P_2} = \vec{0}$

ចំនោលលើអ័ក្ស $Ox$: $T_1.\cos(\alpha_1 - \alpha) = T_2 \cos(\alpha_2 + \alpha)$

$\Rightarrow \alpha_1 - \alpha = \alpha_2 + \alpha \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2 + 20^0$

$\alpha_1 - \alpha = -(\alpha + \alpha_2)$ (ចោល)

តាម (3) $\Rightarrow \sin(\alpha_2 + 20^0) = \dfrac{3}{2}\sin\alpha_2$ (4)

$$\sin\alpha_2.\cos 20^0 + \cos\alpha_2.\sin 20^0 = \frac{3}{2}\sin\alpha_2$$

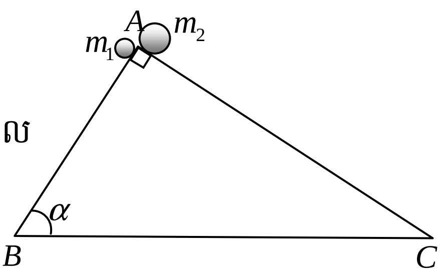
$$\sin\alpha_2(\cos 20^0 - \frac{3}{2}) + \cos\alpha_2.\sin 20^0 = 0$$

$$\Rightarrow \tan\alpha_2 = \frac{\sin 20^0}{\frac{3}{2} - \cos 20^0} \Rightarrow \alpha_2 = 31,38^0, \ \alpha_1 = 51,38^0 \Rightarrow \beta = 97,24^0$$

អនុវត្តន៍: $\dfrac{AB}{\sin\beta} = \dfrac{CB}{\sin\alpha_1} \Rightarrow AB \approx 22,89cm$

Ex41: អង្គធាតុពីរមានម៉ាស $m_2 = 3m_1$ ចាប់ផ្តើមផ្លាស់ទីពីកំពូលរបស់ស្នៀតមួយមានរាងជាត្រីកោណកែង $ABC$ ដូចគ្នា (កែងត្រង់ $A$, និងមុំ $\alpha$ ដូចរូប) តាមបណ្តាប្លង់ជំរាលពីរ $AB$ និង $AC$ ដោយមិនមានកកិត។ យក $g = 10m/s^2$ ។

*a.* រក្សាស្នៀតឲ្យនៅស្ងៀម, លែងអង្គធាតុទាំងពីរព្រមគ្នា នោះរយៈពេលរអិលទៅដល់ជើងបណ្តាប្លង់ជំរាលរបស់ពួកវារៀងគ្នាគឺ $t_1$ និង $t_2$ ដែល $t_2 = 2t_1$ ។ គណនា $\alpha$ ។




*b.* ដើម្បីឲ្យ $t_2 = t_1$ តើត្រូវឲ្យស្នៀតផ្លាស់ទីតាមទិសដេកដោយសំទុះថេរ $a_0$ ស្មើប៉ុន្មាន?

## សម្រាយ

*a.* រក្សាស្នៀតឲ្យនៅស្ងៀម

* សំទុះចលនារបស់បណ្តាអង្គធាតុនៅលើប្លង់ទេមិនគិតកកិតគឺ:

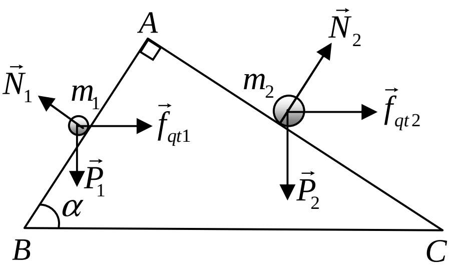
$$a_1 = g\sin\alpha; \ a_2 = g\cos\alpha$$

* រយៈពេលដែលបណ្តាអង្គធាតុរអិលទៅដល់ជើងប្លង់ជំរាលគឺត្រូវបានគណនាដោយរូបមន្ត:

$$AB = \frac{1}{2} g \sin\alpha . t_1^2 \text{ និង } AC = \frac{1}{2} g \cos\alpha . t_2^2$$

តាមបំរាប់, យើងបាន: $t_2 = 2t_1 \Rightarrow \frac{AC}{AB} = \frac{4}{\tan\alpha}$

ម្យ៉ាងទៀត $\frac{AC}{AB} = \tan\alpha$ នាំឲ្យ $\tan\alpha = 2 \Rightarrow \alpha = 63,4^0$




$b.$ ពេលស្មៀតផ្លាស់ទី:

* ដើម្បីឲ្យបាន $t_2 = t_1$ យើងឃើញថា ស្មៀត $M$ ត្រូវផ្លាស់ទីទៅខាងឆ្វេង ដោយចលនាស្ទុះស្មើ ដោយសំទុះ $a_0$

* ក្នុងតំរុយភ្ជាប់នឹងស្មៀត បណ្ដាអង្គធាតុ $m_1$ និង $m_2$ រងអំពើបន្ថែមនៃកំលាំងនិចលភាព $\vec{f}_{qt1}$ និង $\vec{f}_{qt2}$, ដូចនោះ សំទុះរបស់បណ្ដាអង្គធាតុនៅពេលនេះគឺ:

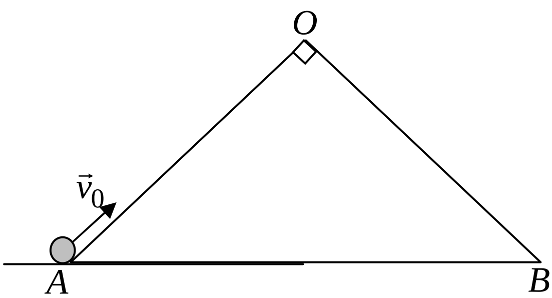
$$a_1 = g\sin\alpha - a_0\cos\alpha \text{ និង } a_2 = g\cos\alpha + a_0\sin\alpha$$

ដោយ $t_2 = t_1$ នាំឲ្យ $\frac{AC}{AB} = \frac{a_2}{a_1}$

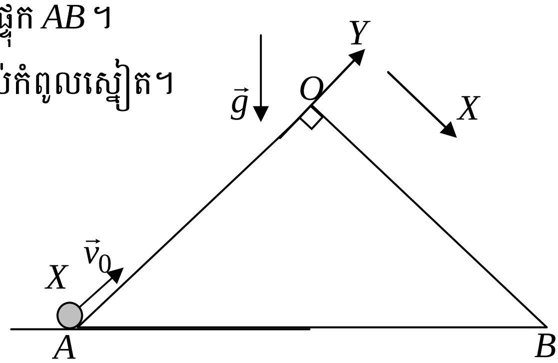
$$\tan\alpha = \frac{g\cos\alpha + a_0\sin\alpha}{g\sin\alpha - a_0\cos\alpha} = \frac{g + a_0\tan\alpha}{g\tan\alpha - a_0}$$

ទាញបាន $a_0 = \frac{3g}{4} = 7,5m/s^2$

Ex42: ស្វ៊ែតូចមួយ ស្ថិតនៅត្រង់ជើងស្មៀត $AOB$ កែងសមបាតត្រង់ $O$, នៅនឹង មានជ្រុង $l$ (ដូចរូប)។ តើត្រូវផ្ដល់ឲ្យស្វ៊ែ នូវល្បឿន $\vec{v}_0$ ស្មើប៉ុន្មាន តាមទិសដៅស្របនឹងប្លង់ស្មៀត ដើម្បីឲ្យស្វ៊ែធ្លាក់ចំ ចំនុច $B$ នៅលើស្មៀត។ មិនគិតគ្រប់កកិតទាំងអស់, ចាត់ទុកគ្រប់ទង្គិច ទាំងអស់ គឺជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង។



## សម្រាយ




ជ្រើសរើសគល់ប៉ូតង់ស្យែល នៅត្រង់ប្លង់មានផ្ទុក $AB$ ។

តាង $\vec{v}$ ជាល្បឿនរបស់ស្វ៊ែ ពេលឡើងទៅដល់កំពូលស្នៀត។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចៈ

$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{mv^2}{2}+mg\frac{l\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow \quad v=\sqrt{v_0^2-gl\sqrt{2}}$$

ក្រោយពេលធ្លាក់ពី $O$, ស្វ៊ែផ្លាស់ទីដូចជាអង្គធាតុចោលតាមទិសទេរ ដោយល្បឿន $\vec{v}$ បង្កើតជាមួយទិសដេកបានមុំ $45^0$ ។

$+$ តាមអ័ក្ស $Oy$: $a_y=-\dfrac{g\sqrt{2}}{2}=\text{const}$

$$v_y=v-\frac{g\sqrt{2}}{2}t; \quad y=vt-\frac{g\sqrt{2}}{4}t^2$$

ពេលទង្គិច $B$: $y=0 \quad \Rightarrow \quad t=\dfrac{2\sqrt{2}v}{g}$

ល្បឿនស្វ៊ែក្រោយពេលទង្គិចភ្លាមៈ $v_y=v-\dfrac{g\sqrt{2}}{2}.\dfrac{2\sqrt{2}v}{g}=-v$

ដោយនេះជាទង្គិចខ្ទាត, នោះក្រោយពេលទង្គិច ល្បឿនរបស់ស្វ៊ែតាមទិស $Oy$ គឺ $\vec{v}_1$ បានជាស្វ៊ែចាប់ផ្តើមផ្លាស់ទីដូចខាងលើទៀត។

ប្រវែងរវាងការទង្គិចគ្នាពីរដងតគ្នា រវាងស្វ៊ែ និងប្លង់ស្នៀត $OB$ គឺ $t=\dfrac{2\sqrt{2}v}{g}$

$+$ តាមអ័ក្ស $Ox$: $a_x=\dfrac{g\sqrt{2}}{2}=\text{const}$ , $v_{0x}=0$, ស្វ៊ែមានចលនាស្មុះស្មើ ។

ចំងាយចរបានតាម $Ox$ ក្រោយពេលទង្គិចតគ្នាៈ $x_1:x_2:x_3:...=1:3:5:...:(2n-1)$

$$x_1=\frac{1}{2}a_xt^2=\frac{2\sqrt{2}(v_0^2-gl\sqrt{2})}{g}$$

ដើម្បីឲ្យស្វ៊ែធ្លាក់ចំ ចំនុច $B$:

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n = [1+3+5+\ldots+(2n-1)]x_1 = n^2 x_1 = l$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2\sqrt{2}(v_0^2 - gl\sqrt{2})}{g} n^2 = l \quad \Rightarrow \quad v_0 = \sqrt{\frac{\left(4n^2+1\right)gl}{2\sqrt{2}n^2}}$$ ។

***សំគាល់:*** បើសិស្សគ្រាន់តែស្រាយបាន ១ករណីៈ អង្គធាតុក្រោយពេលធ្លាក់ពី $O$ នឹងធ្លាក់ចំ $B$ ភ្លាមគឺបានពិន្ទុតែពាក់កណ្តាលនៃពិន្ទុសរុបនៃលំហាត់នេះទេ! ។

Ex43: ក្បាលម៉ាស៊ីនរបស់រថភ្លើងមួយ មានម៉ាស 40 តោន, ទំងន់ត្រូវបានចែកស្មើទៅឲ្យកង់ទាំង 8 ។ ក្នុងនោះ មានកង់ចលករចំនួន 4 ។ ក្បាលម៉ាស៊ីនទាញទូរចំនួន 8 , ដែលទូរនីមួយៗមានម៉ាស 20 តោន។ មេគុណកកិត រវាងកង់រថភ្លើងជាមួយនឹងផ្លូវដែកគឺ 0,07 ។ មិនគិតកកិត នៅត្រង់អ័ក្សរង្វិលទាំងអស់។ នៅលើពិដាន របស់ទូររថភ្លើង មានស្វៃតូចមួយមានម៉ាស 200 ក្រាម ព្យួរដោយខ្សែស្រាល, មិនយឺត។ (ឲ្យ $g = 10m/s^2$) ។

*a.* គណនារយៈពេលខ្លីបំផុត គិតចាប់ពីពេលចាប់ផ្តើមចេញដំណើរ ដល់ពេលតួរថភ្លើងទាំងមូលមានល្បឿន 20km/h និង គណនាមុំលំងាក របស់ខ្សែដែលព្យួរប៉ោល ធៀបនឹងទិសឈរ និងកំលាំងតំនឹង របស់ខ្សែនោះ។

*b.* ក្រោយពីរយៈពេលខាងលើ, រថភ្លើងចាប់ហ្វ្រាំង។ ដឹងថា ពេលនេះម៉ូទ័រមិនផ្តល់កំលាំងទៅឲ្យបណ្តាកង់ទៀតទេ។

គណនា ចំងាយចរដែលរថភ្លើងចរបាន ចាប់ពីពេលចាប់ហ្វ្រាំងដល់ពេលឈប់ស្ងៀម, មុំលំងាករបស់ខ្សែព្យួរធៀបនឹងទិសឈរ និងកំលាំងតំនឹងខ្សែ ក្នុង២ករណីៈ

1. ចាប់ហ្វ្រាំងតែនៅត្រង់បណ្តាកង់ នៃក្បាលម៉ាស៊ីនតែប៉ុណ្ណោះ។
2. ចាប់ហ្វ្រាំងគ្រប់បណ្តាកង់របស់តួរថភ្លើងទាំងមូល។

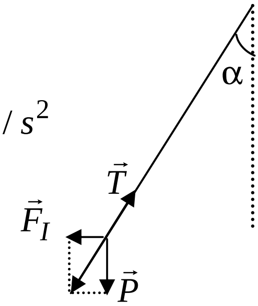
## សម្រាយ

*a.* កំលាំងចលករ គឺជាកំលាំងកកិត មានអំពើទៅលើកង់ទាំង 4 នៅក្បាលម៉ាស៊ីនៈ

$$F_{pd} = f_{ms} = k.M_d.g/2 = 14.10^3 N$$

សំទុះអតិបរមាដែលរថភ្លើងទទួលបានៈ

$$a_{\max} = F_{pd}/M = F_{pd}/(M_d + M_t) = 0,07m/s^2$$




រយៈពេលខ្លីបំផុតៈ $v_t = v_0 + a.t_{\min}$

$\rightarrow \quad t_{\min} = v_t / a_{\max} = 79,4s$ (រឺ 1នាទី 15វិនាទី)

មុំលំងាក $\alpha$ របស់ខ្សែព្យួរ និងកំលាំងតំនឹងខ្សែៈ

ខ្សែត្រូវបានងាក មកខាងក្រោយ (ធៀបនឹងល្បឿន)

+ ដោយ $m << M$ នោះវាមិនមានឥទ្ធិពលទៅដល់សំទុះរបស់រថភ្លើងទេ

+ ក្នុងប្រព័ន្ធតំរុយដែលភ្ជាប់នឹងរថភ្លើង, អង្គធាតុ $m$ រងអំពើរបស់កំលាំង $3$ : $\vec{P}, \vec{T}, \vec{F_I}$

យើងមាន: $\tan\alpha = F_I / P = m.a_{\max} / m.g = 0,007 \rightarrow \alpha = 0,4^0$

ម្យ៉ាងទៀត យើមាន: $\cos\alpha = P / T \rightarrow T = m.g / \cos\alpha = 2,0002N$ (មើលរូប)។

*b.* 1. ករណីចាប់ហ្វ្រាំងនៅក្បាលម៉ាស៊ីន:

ពេលនេះ រថភ្លើងមានចលនាយឺតស្មើ

+ សំទុះរបស់រថភ្លើង: $a_1 = -f_{ms} / M = -k.M_d.g / M = -0,14 m/s^2$

+ ពេលឈប់ ល្បឿនរបស់រថភ្លើងស្មើសូន្យ

$$s = -v_1^2 / 2.a_1 = 110,23m \ .$$

+ មុំលំងាក: $\tan\alpha_1 = ma_1 / mg = 0,14 \rightarrow \alpha_1 = 7,97^0$ ខ្សែងាកទៅខាងមុខ

+ កំលាំងតំនឹងខ្សែ: $\cos\alpha_1 = P / T_1 \Rightarrow T_1 = 2,0195N$ ។

2. ពេលចាប់ហ្វ្រាំងគ្រប់បណ្ដាកង់:

+ សំទុះរបស់រថភ្លើង: $a_2 = -f_{ms} / M = -k.(M_d + M_t).g / M$ ។

Ex44: បន្ទះក្ដារមួយមានម៉ាស $M$ ត្រូវបានព្យួរទៅនឹងខ្សែស្រាល, មិនយឺត។ បើគ្រាប់បាញ់មានម៉ាស $m$ បាញ់ចំបន្ទះក្ដារដោយល្បឿន $v_0$ នោះវាឈប់នៅត្រង់ផ្ទៃខាងក្រោយរបស់បន្ទះ, បើបាញ់ដោយល្បឿន $v_1 > v_0$ នោះគ្រាប់បាញ់អាចចោះទំលុះបន្ទះក្ដារបាន។

គណនា ល្បឿន $v$ របស់បន្ទះក្ដារ ក្រោយពេលគ្រាប់បាញ់ចោះទំលុះភ្លាម។ ឧបមាថាកំលាំងទប់របស់បន្ទះក្ដារ ចំពោះគ្រាប់បាញ់ មិនអាស្រ័យនឹងល្បឿនរបស់គ្រាប់ទេ។

បកស្រាយដើម្បីជ្រើសរើសសញ្ញាក្នុងចំលើយ។

## សម្រាយ

ពេលល្បឿនគ្រាប់បាញ់គឺ $v_0$, ក្រោយពេលចោះទំលុះ, គ្រាប់បាញ់ និងបន្ទះក្ដារផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v'$ ដូចគ្នា។

អនុវត្តន៍ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងថាមពល យើងបាន:

$$mv_0 = (M+m).v' \quad (1) \text{ និង } \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}(M+m).v^2 + Q \quad (2)$$

ដែល $Q$ ជាកម្មន្តរបស់កំលាំងទប់បំលែងទៅជាកំដៅ។

$$(1),(2) \quad \Rightarrow \quad Q = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m}{M+m}.v_0\right)^2$$

$$Q = \frac{mM}{2(M+m)}.v_0^2 \qquad (3)$$

ពេលគ្រាប់បាញ់មានល្បឿន $v_1 > v_0$ ។ តាង $v_2$ ជាល្បឿនគ្រាប់បាញ់ក្រោយពេលចោះទំលុះបន្ទះក្តារ។

ដូចគ្នាដែរ យើងបាន: $mv_1 = Mv + mv_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = v_1 - \frac{M}{m}v \quad (4)$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv_2^2 + Q \qquad (5)$$

ជំនួស $(3),(4)$ ចូល $(5)$ យើងទាញបាន: $v_1^2 = \frac{M}{m}v^2 + \left(v_1 - \frac{M}{m}v\right)^2 + \frac{M}{M+m}.v_0^2$

$$\Rightarrow \qquad v = \frac{m}{M+m}\left(v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - v_0^2}\right)$$

បើយកសញ្ញា "+", ជំនួសចូល $(4)$ យើងទាញបាន:

$$v_2 = \frac{mv_1 - M\sqrt{v_1^2 - v_0^2}}{M+m} < v = \frac{m}{M+m}\left(v_1 + \sqrt{v_1^2 - v_0^2}\right)$$

ករណីនេះ មិនសមហេតុផល ព្រោះល្បឿនគ្រាប់បាញ់ ក្រោយពេលចោះទំលុះបន្ទះក្តារមិនអាចតូចជាងល្បឿនរបស់បន្ទះក្តារទេ។ ដូចនោះ យើងយក: $v = \frac{m}{M+m}\left(v_1 - \sqrt{v_1^2 - v_0^2}\right)$

Ex45: ប្រអប់មួយមានផ្ទុកខ្សាច់ដែលពីដំបូង កំពុងនៅស្ងៀម, ត្រូវបានទាញនៅលើកំរាលដោយប្រើខ្សែមួយដោយប្រើកំលាំង $F = 1000N$ ,មេគុណកកិតរវាងប្រអប់នឹងកំរាល $0,35$ ។

*a.* តើមុំរវាងខ្សែ និងទិសដេកស្មើនឹងប៉ុន្មាន ដើម្បីទាញបានបរិមាណខ្សាច់ធំបំផុត?

*b.* ម៉ាសខ្សាច់ និងប្រអប់ ក្នុងករណីនោះស្មើប៉ុន្មាន? យក $g = 10m/s^2$ ។

## សម្រាយ

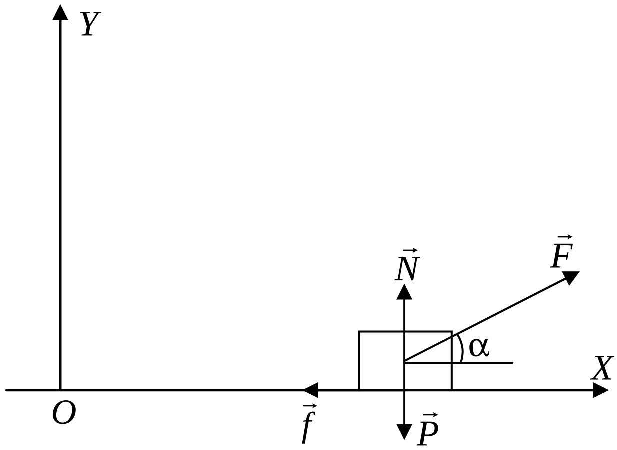
*a.* + ប្រព័ន្ធអង្គធាតុ រងអំពើនៃបណ្តាកំលាំងដូចរូប។

+ ជ្រើសយកប្រព័ន្ធតំរុយ $Oxy$ (ដូចរូប) ។

+ យើងបាន: $\vec{N} + \vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m.\vec{a} \qquad (1)$

ចំណោល $(1)$ ទៅលើ $Oy$: $F.\sin\alpha + N - P = 0 \quad \Rightarrow \quad N = P - F.\sin\alpha \quad (2)$

ចំណោល $(1)$ ទៅលើ $Ox$: $F.\cos\alpha - f = m.a \qquad (3)$




ដោយ $f = K.N = K.m.g - K.F.\sin\alpha \Rightarrow m = \dfrac{K(\cos\alpha + K.\sin\alpha)}{K.g + a}$

+ លក្ខខណ្ឌដើម្បីឲ្យ $m_{\max}$ គឺ: $(\cos\alpha + K.\sin\alpha)_{\max}$

$$(K.g + a)_{\min} \Rightarrow a = 0$$

ដោយ $F = \text{const}\,;\, g = \text{const}\,;\, K = \text{const}$

តាមវិសមភាព *Bunhiacopski* : $1.\cos\alpha + K.\sin\alpha \le \sqrt{1+K^2}$

$$\Rightarrow \quad m \le \frac{F\sqrt{1+K^2}}{K.g}$$

សញ្ញាស្មើកើតមានពេល $K = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha = 0,35$

$$\Rightarrow \quad \alpha = 19,3^0$$

ពេលនោះ ម៉ាសខ្សាច់ គឺធំបំផុត, ម៉ាសខ្សាច់ និងប្រអប់គឺ:

$$m_{\max} = \frac{F\sqrt{1+K^2}}{K.g}$$

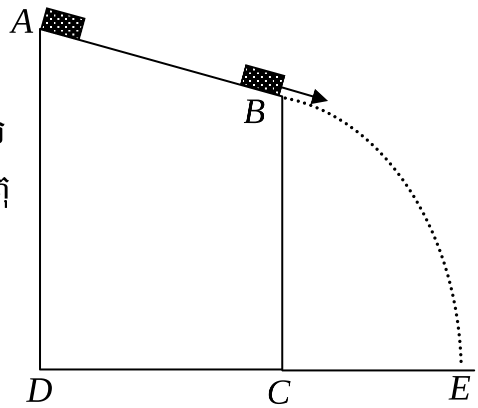
$$= \frac{1000\sqrt{1+0,35^2}}{0,35.10} = 303kg$$ ។

*កើតជាកូនខ្មែរ ទោះមិនបានធ្វើអ្វីជាដុំកំភួនសម្រាប់ជួយជាតិខ្មែរ សុំត្រឹមតែចេះចែករំលែកដើម្បីជនរួមជាតិ គឺជាការរួមចំណែកមួយសំរាប់អភិវឌ្ឍន៍ជាតិយើងគឺបានហើយ!!*

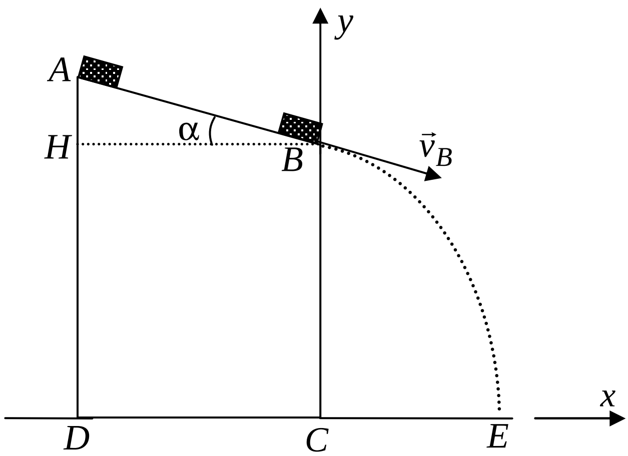
Ex46: ពីកំពូល $A$ របស់ប្លង់តុទេរមួយ គេលែងវត្ថុតូចមួយមានម៉ាស $m=0,2kg$ រអិលដោយគ្មានកកិត, គ្មានល្បឿនដើម។ គេឲ្យ $AB=50cm,\ BC=100cm,\ AD=130cm,$ និង $g=10m/s^2$ ។

*a.* គណនាល្បឿនរបស់អង្គធាតុត្រង់ចំនុច $B$ ។

*b.* ស្រាយបញ្ជាក់ថា គន្លងរបស់អង្គធាតុក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពីប្លង់តុ គឺជាប៉ារ៉ាបូលមួយ។ អង្គធាតុធ្លាក់បានចំងាយ $CE$ ពីជើងតុ ស្មើប៉ុន្មាន?
(យកគល់តម្រុយត្រង់ $C$)




## សម្រាយ




*a.* គណនាល្បឿនរបស់អង្គធាតុត្រង់ចំនុច $B$

+ ដោយរអិលនៅលើ $AB$ ដោយគ្មានកកិត នោះសំទុះរបស់អង្គធាតុ នៅលើប្លង់ទេរ $AB$ គឺ:

$a=g.\sin\alpha$

ចំពោះ $\sin\alpha=\dfrac{AH}{AB}=\dfrac{AD-HD}{AB}=\dfrac{AD-BC}{AB}=\dfrac{130-100}{50}=0,6$

$\Rightarrow \quad a=g.\sin\alpha=10.0,6=6m/s^2$

+ ល្បឿនរបស់អង្គធាតុត្រង់ $B$ ត្រូវបានកំណត់: $V_B^2-V_A^2=2a.AB$

$\Rightarrow \quad V_B=\sqrt{2a.AB+V_A^2}=\sqrt{2.6.0,5+0}=2,45m/s$

*b.* ជ្រើសរើសតំរុយ $Oxy$ ដូចរូប, គល់តំរុយត្រង់ $C$ គល់រយៈពេល គឺពេលអង្គធាតុនៅត្រង់ $B$

\+ តាម $Ox$: គេបាន: $x = v_B.\cos\alpha.t$

\+ តាម $Oy$: គេបាន: $y = h - v_B.\sin\alpha.t - \dfrac{gt^2}{2}$

បំបាត់ $t$, រវាង $x$ និង $y$ យើងបាន:

$$y = h - \tan\alpha.x - \frac{g}{2v_B^2.\cos^2\alpha}.x^2 \quad (1)$$

ពីកន្សោមរបស់ $y$, យើងឃើញថា គន្លងរបស់អង្គធាតុក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពី $B$ គឺជាប៉ារ៉ាបូលមួយ។

\+ ត្រង់ចំនុចធ្លាក់ $E$, គេបាន: $y_E = 0$ , $x_E = \overline{CE} = l$

ពី (1), យើងបាន: $0 = h - \tan\alpha.l - \dfrac{g}{2v_B^2.\cos^2\alpha}.l^2 \quad (2)$

ចំពោះ $\sin\alpha = 0,6 \Rightarrow \quad \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-(0,6)^2} = 0,8$

$\Rightarrow \quad \tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 0,75$

ពី (2), យើងបានសមីការ: $1,3l^2 + 0,75l - 1 = 0$

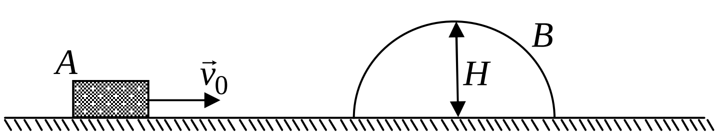
យើងរកបាន: $l = 0,635m$ (យក) និង $l = -1,21m$ (ចោល) ។

Ex47: អង្គធាតុ $A$ មានម៉ាស $m_1 = 1kg$ រអិលនៅលើប្លង់កំរាលស្ថិតតាមទិសដេក ដោយល្បឿន $v_0 = 5m/s$ រួចរអិលនៅលើស្នៀត $B$ មានម៉ាស $m_2 = 5kg$ , មានរាងដូចរូប និងកំពស់របស់កំពូលគឺ $H$ ។ ដំបូងស្នៀតឈរស្ងៀម ហើយស្នៀតអាចរអិលនៅលើកំរាលបាន។ មិនគិតគ្រប់កកិត និងកំហាតថាមពលស៊ីនេទិចពេលទង្គិច។

*a.* ពណ៌នាចលនារបស់ប្រព័ន្ធ "$A+B$" និងល្បឿនចុងក្រោយរបស់ $A$ និង $B$ ក្នុងពីរករណី៖

ក. $H = 1m$

ខ. $H = 1,2m$




*b.* រកតម្លៃតូចបំផុត $v_{\min}$ របស់ $v_0$ ដើម្បីឲ្យពេល $v_0 > v_{\min}$ នោះអង្គធាតុរអិលឆ្លងកាត់ស្នៀតកំពស់ $H = 1,2m$ ។ គេយក $g = 10m/s^2$ ។

សម្រាយ

*a.* ឧបមាថា អង្គធាតុមិនឆ្លងកាត់កំពូលស្នៀត តែគ្រាន់តែឡើងទៅដល់កំពស់អតិបរមាស្មើ $h$ , មានន័យថា អង្គធាតុឈប់ស្ងៀមត្រង់នោះ ធៀបនឹងស្នៀត, ពេលនោះ អង្គធាតុនិង ស្នៀតមាន

ល្បឿនស្មើគ្នាគឺ $v$ ។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច, យើងបាន:

$$m_1.v_0 = (m_1 + m_2).v \qquad (1)$$

$$\frac{m_1.v_0^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2).v^2}{2} + m_1.g.h \qquad (2)$$

ពី (1) និង (2) ទាញបាន: $h = \dfrac{m_2.v_0^2}{2(m_1 + m_2).g} = 1,04m \quad (3)$

ក). បើ $H = 1m$ នោះ $h > H$ : អង្គធាតុឆ្លងកាត់កំពូលស្នៀត ហើយពេលធ្លាក់ចុះផ្ទៃខាងក្រោយរបស់ស្នៀត នោះអង្គធាតុ នឹងបញ្ឈប់ស្នៀត, ចុងក្រោយ អង្គធាតុនឹង ផ្លាស់ទីលឿនជាងស្នៀត, មានន័យថា ពេលធ្លាក់ចេញពីស្នៀត ល្បឿនចុងក្រោយ $v_1$ របស់អង្គធាតុធំជាងល្បឿនចុងក្រោយ $v_2$ របស់ស្នៀត $(v_2 \geq 0)$

អនុវត្តន៍ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និង ច្បាប់រក្សាថាមពលស៊ីនេទិច:

$$m_1.v_0 = m_1.v_1 + m_2.v_2 \qquad (4)$$

$$\frac{m_1.v_0^2}{2} = \frac{m_1.v_1}{2} + \frac{m_2.v_2^2}{2} \qquad (5)$$

$$\Rightarrow \quad v_2 = \frac{m_1(v_0 - v_1)}{m_2} \qquad (6)$$

ហើយ $(m_1 + m_2).v_1^2 - 2.m_1.v_0.v_1 - (m_2 - m_1).v_0^2 = 0 \qquad (7)$

ដោះស្រាយសមីការ , យើងរកបាន: $v_1 = v_0$ និង $v_1 = -\dfrac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}.v_0 < 0 \qquad (8)$

យកឬស $v_1 = v_0 = 5m/s$ ជំនួសចូល (6): $v_2 = 0$

ខ). បើ $H = 1,2m$, មានន័យថា $H > h$: អង្គធាតុឡើងដល់កំពស់ $h = 1,04m$ វានឹងថយចុះមកវិញ ហើយរុញច្រានស្នៀតបន្ថែមទៀត។

ពេលនោះ យើងនៅតែទទួលបានសមីការ (4) និង (5) តែ $v_2 > 0, v_1$ អាចវិជ្ជមាន រឺអវិជ្ជមាន។ យើងក៏ទទួលបានសមីការ (7) តែ $v_1 = v_0$ មិនសមស្រប (ព្រោះ $v_2 = 0$) ,

នោះត្រូវរកឬស: $v_1 = -\dfrac{(m_2 - m_1)}{m_2 + m_1}.v_0 = -3,3m/s$

ជំនួសចូល (6): $v_2 = 1,67m/s$ ។

*b.* តំលៃតូចបំផុត $v_{\min}$ របស់ $v_0$ ត្រូវគ្នានឹងករណីអង្គធាតុទើបឡើងទៅដល់កំពូល ហើយផ្លាស់ទីរួមគ្នាជាមួយស្នៀត។

អនុវត្តន៍ ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនា និងរក្សាថាមពលស៊ីនេទិច:

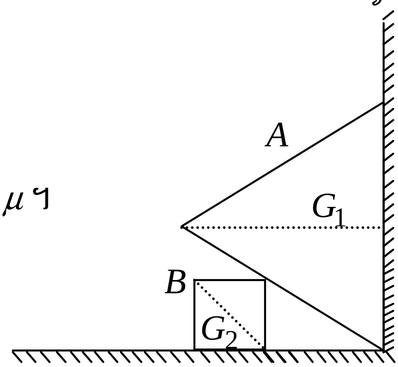
$$m_1.v_{\min} = (m_1 + m_2).v \qquad (9)$$

$$\frac{m_1.v^2_{\min}}{2} = \frac{(m_1 + m_2).v^2}{2} + m_1.g.H \qquad (10)$$

តាម (9) និង (10) ទាញបាន: $v_{\min} = \sqrt{\dfrac{2.g.H.(m_1 + m_2)}{m_2}} = 5,4m/s$ ។

Ex48: អង្គធាតុ $A$ មានម៉ាស $m_1 = 5kg$ មានរាងជាដុំព្រី មានមុំកាត់ជាត្រីកោណសម័ង្ស, ត្រូវបានកៀបជាប់ទៅនឹងជញ្ជាំងឈរមួយ ដោយកល់ទៅលើអង្គធាតុ $B$ មានម៉ាស $m_2 = 5kg$ មានរាងជាដុំគូប, ដាក់នៅលើប្លង់កំរាលដេក។ ចាត់ទុកថាមេគុណកកិតនៅជញ្ជាំង និងនៅត្រង់កំរាលសុទ្ធតែស្មើនឹង $\mu$ ។

គណនា $\mu$ និងកំលាំងសង្កត់ត្រង់បណ្តាកន្លែងប៉ះ។ គេឲ្យ $g = 10m/s^2$, មិនគិតកកិតត្រង់កន្លែងប៉ះរវាងអង្គធាតុ $A$ និងអង្គធាតុ $B$ ។




## សម្រាយ

\+ អង្គធាតុ $A$ រងអំពើ:

- កំលាំងទំនាញដី $\vec{P_1}$ (ចំនុចចាប់ត្រង់ $G_1$)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N_1}$
- កំលាំងកកិត $\vec{F_1}$ របស់ជញ្ជាំង ($\vec{F_1}$ មានទិសដៅទៅលើ)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{Q_1}$ (ព្រោះមិនគិតកកិត) របស់អង្គធាតុ $B$

យើងបាន: $\vec{P_1} + \vec{N_1} + \vec{F_1} + \vec{Q_1} = 0 \qquad (1)$

\+ អង្គធាតុ $B$ រងអំពើ:

- កំលាំងទំនាញ $\vec{P_2}$ (ចំនុចចាប់ត្រង់ $G_2$)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{N_2}$
- កំលាំងកកិត $\vec{F_2}$ របស់កំរាល ($\vec{F_2}$ មានទិសដៅទៅស្តាំ)
- កំលាំងប្រតិកម្មកែង $\vec{Q_2}$ របស់អង្គធាតុ $A$ ($Q_2 = Q_1$)

យើងបាន: $\vec{P_2} + \vec{N_2} + \vec{F_2} + \vec{Q_2} = 0 \qquad (2)$

ចំណោលបណ្តាសមីការវ៉ិចទ័រ (1) និង (2) ទៅលើអ័ក្ស $Oy$ ឈរ និងអ័ក្ស $Ox$ ដេក:

យើងទាញបាន: $P_1 = F_1 + Q_1.\cos 30^0$ ដែល $F_1 = \mu.N_1$ ; $N_1 = Q_1.\sin 30^0$

និង $P_2 = N_2 - Q_2.\cos 30^0$ ដែល $Q_2 = Q_1$ ; $Q_2.\sin 30^0 = F_2 = \mu.N_2$

ពីបណ្តាសមីការខាងលើ យើងជំនួសលេខចូល, ទាញបាន: $\mu^2 + 3,46\mu - 1 = 0$

យើងយកឫសវិជ្ជមាន: $\mu = 0,267$

ពីនោះ យើងបាន: $N_2 = 1,869.Q_2 = 1,869.Q_1 ; Q_1 = P_1 = 50N$

$N_1 = \frac{Q_1}{2} = 25N$ ហើយ $N_2 = 93,5N$ ។

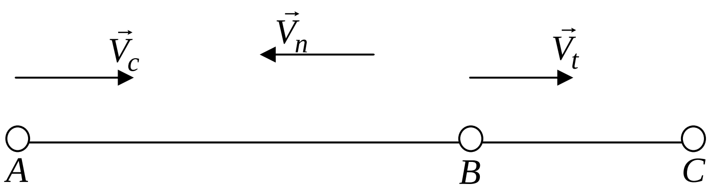
Ex49: ចេញពីកំពង់ផែពីរនៅតាមបណ្តោយទន្លេមួយ ដែលនៅចំងាយពីគ្នាប្រវែង $L = 72km$, មានកាណូតមួយគ្រឿង និងទូកមួយគ្រឿង ចេញដំណើរក្នុងពេលតែមួយ ហើយជួបគ្នានៅរយៈពេល $t_1 = 5h$ ក្រោយមក។ ក្រោយពេលនោះភ្លាម កាណូតក៏ត្រឡប់មកវិញ, ហើយទូកមិនចែវបន្តទៀតទេ។ ជាលទ្ធផល នៅរយៈពេល $t_2 = 4h$ ក្រោយមក, ទាំងទូកនិងកាណូត បានត្រឡប់មកដល់កន្លែងចេញដំណើរក្នុងពេលតែមួយ។

រកល្បឿនទឹកហូរ, ល្បឿនរបស់កាណូត និងទូក ពេលទឹកនៅនឹងថ្កល់។ (ដឹងថា ក្នុងពេលមានចលនា គឺល្បឿនរបស់ទូក ក៏ដូចជារបស់កាណូតធៀបនឹងទឹក គឺមិនប្រែប្រួល)។

## សម្រាយ

សង្កេត:

ទូកឈប់ចែវ តែនៅតែត្រឡប់ទៅកាន់ទីតាំងដើម នោះពេលដំបូង ទូកធ្វើដំណើរច្រាសចរន្តទឹក។ រយៈពេល ត្រឡប់មកវិញរបស់កាណូត តូចជាងរយៈពេលទៅ នោះពេលដំបូង កាណូតបើកបញ្ច្រាសទឹក។




តាង $v_n$ ជាល្បឿនរបស់ទឹកធៀបនឹងច្រាំង

$v_t$ ជាល្បឿនរបស់ទូកធៀបនឹងទឹក

$v_c$ ជាល្បឿនរបស់កាណូតធៀបនឹងទឹក

$$BC = (v_t - v_n).t_1 = v_n.t_2 \qquad (1)$$

$$AC = (v_c - v_n).t_1 = (v_c + v_n).t_2 \qquad (2)$$

ពី (1) យើងកំណត់បានល្បឿនរបស់ទូកជាអនុគមន៍នៃល្បឿនរបស់ទឹក:

$$v_t = \frac{t_1 + t_2}{t_1}.v_n = \frac{9}{5}v_n \qquad (3)$$

ពី (2) យើងកំណត់បានល្បឿនរបស់កាណូតជាអនុគមន៍នៃល្បឿនទឹកៈ

$$v_c = \frac{t_1 + t_2}{t_1 - t_2}.v_n = 9v_n \qquad (4)$$

ម្យ៉ាងទៀត $AC = L + BC$

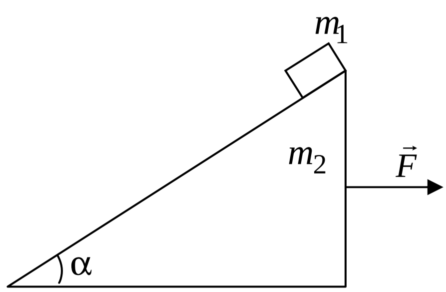
$$(v_c + v_n).t_2 = L + v_n.t_2 \quad \Leftrightarrow \quad 10v_n.4 = 72 + 4v_n$$

ដូចនេះ $v_n = 2km/h\,;\, v_c = 18km/h\,;\, v_t = 3,6km/h$ ។

Ex50: នៅលើប្លង់ដេក មានស្នៀតមួយមានម៉ាស $m_2 = 4kg$ , ប្រវែង $L = 12m$ និង $\alpha = 30^0$ ។ នៅលើស្នៀតមានដាក់ដុំឈើ $m_1 = 1kg$ ។

ដឹងថា មេគុណកកិតរវាងដុំឈើ និងស្នៀត គឺ $\mu = 0,1$ ។ មិនគិតគ្រប់កកិត រវាងស្នៀតនិងប្លង់ដេក។

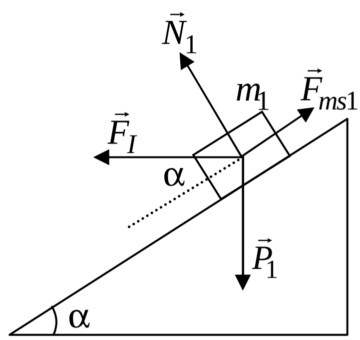
រកកម្លាំង $\vec{F}$ ដែលមានអំពើលើស្នៀត ដើម្បីឲ្យដុំឈើអាចរអិលបានអស់ប្រវែងប្លង់ទេ ក្នុងរយៈពេល $t = 2s$ ពីសភាពនៅស្ងៀម។ យក $g = 10m/s^2$




## សម្រាយ

តាង $a_2$ ជាសំទុះរបស់ស្នៀតធៀបនឹងផ្ទៃដី។

- ពិនិត្យ $m_1$ : ជ្រើសរើសតំរុយភ្ជាប់នឹងស្នៀតដូចរូប។




សំទុះរបស់ $m_1$ ធៀបនឹង $m_2$ : $L = \frac{1}{2}at^2$

$$\Rightarrow \quad a_{12} = \frac{2L}{t^2} = 6m/s^2$$

$$\cos\alpha.F_I + m_1.g.\sin\alpha - F_{ms1} = m_1 a_{12}$$

$$F_{ms} = \mu.N_1 = \mu(m_1.g.\cos\alpha - m_1 a_2 \sin\alpha)$$

កំលាំងដែលមានអំពើលើ $m_1$ តាមទិស $Ox$

$$m_1.g\sin\alpha + m_1.a_2\sin\alpha - \mu.m_1 g\cos\alpha + \mu.m_1 a_2\sin\alpha = m_1 a_{12}$$

អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនៈ $a_2 = \dfrac{a_{12} + \mu.g\cos\alpha - g.\sin\alpha}{\cos\alpha + \mu\sin\alpha} \approx 2m/s$

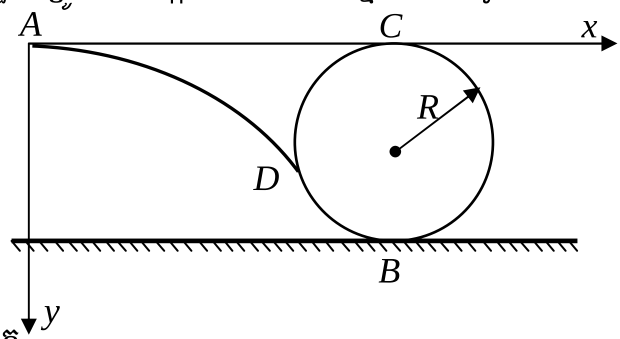
- ពិនិត្យស្នៀតៈ ជ្រើសរើសតំរុយភ្ជាប់នឹងដី។

$$F + N'_1\sin\alpha - F_{ms1}.\cos\alpha = m_2.a_2$$

$$N_1 = m_1.g.\cos\alpha - m_1 a_2\sin\alpha$$

$$F_{ms} = \mu(m_1 g\cos\alpha - m_1 a_2 \sin\alpha)$$
$$F = m_2 a_2 + m_1[\mu g\cos^2\alpha - (g + \mu a_2)\sin\alpha\cos\alpha + a_2\sin^2\alpha]$$
$$F \approx 4,9N$$

Ex51: ក្នុងប្លង់ឈរមានទរសំរាប់រំអិលមួយ ត្រូវបានបង្កើតដោយរាងពីរផ្នែក៖ ប៉ារ៉ាបូលដែលមានសមីការ $y = \frac{5}{49}x^2$, ភ្ជាប់ជាមួយនឹងរង្វង់ដែលមានកាំ $R = 3,6m$ ។ អង្គធាតុតូចមួយ ស្ថិតនៅត្រង់កំពូល $A$ របស់ទរ ហើយត្រូវបានផ្តល់ល្បឿនដើម $v_0$ តាមទិសដេក។




រកលក្ខខណ្ឌរបស់ $v_0$ ដើម្បីឲ្យអង្គធាតុចរបានអស់ផ្នែករាងជារង្វង់របស់ទរសំរាប់រំអិលនោះ។ មិនគិតកកិត។ ឧបមាថា លក្ខខណ្ឌរបស់លំហាត់ ធានាឲ្យអង្គធាតុតែងតោងជាប់នៅនឹងអង្កត់ទរ $ADB$ និងយក $g = 10m/s^2$ ។

## សម្រាយ

- បើមិនមានផ្លូវរំអិល អង្គធាតុត្រូវបានចោលតាមទិសដេកពី $A$ ដោយល្បឿនដើម $v_0$, នឹងផ្លាស់ទីតាមប៉ារ៉ាបូល

  ដែលមានសមីការ: $y_1 = \frac{g}{2v_0^2}x^2$

- ចង់ឲ្យអង្គធាតុរអិលបានអស់ផ្នែក $AD$, មានន័យថា ត្រូវផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ:

$$y = \frac{5}{49}x^2 \le y_1$$
$$\Rightarrow \quad v_0 \le 7m/s \text{ ។}$$

- អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនត្រង់ $C$ យើងបាន: $N_c = m\left(\frac{v^2}{R} - g\right)$

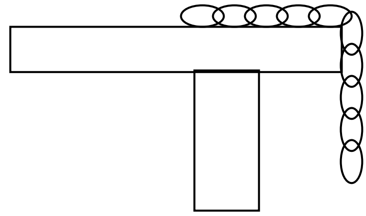
  ដើម្បីឲ្យ អង្គធាតុរអិលបានអស់ផ្នែកទររាងជារង្វង់ អង្គធាតុត្រូវទៅដល់ចំនុច $C$, មានន័យថា:

$$N_c \ge 0 \text{ ឬ } \left(\frac{v^2}{R} - g\right) \ge 0 \quad \Rightarrow \quad v \ge \sqrt{Rg} = 6m/s$$

- អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច, ដោយចំនុច $C$ នៅកំពស់ស្មើនឹងចំនុច $A$ នោះ $v = v_0$
- ដូចនេះ លក្ខខណ្ឌរបស់លំហាត់គឺ: $6m/s \le v_0 \le 7m/s$ ។

Ex52: ខ្សែច្រវ៉ាក់មួយ ស្ថិតនៅលើប្លង់តុរលោងមិនមានកកិត, ពាក់កណ្ដាលខ្សែច្រវ៉ាក់ បានទំលាក់ចុះក្រោម។ គេចងទៅនឹងចុងទាំងពីររបស់ច្រវ៉ាក់នូវអង្គធាតុពីរមានម៉ាសដូចគ្នា។

តើរយៈពេលរអិលរបស់ច្រវ៉ាក់ប្រែប្រួលដូចម្ដេច?



## សម្រាយ

តាង $m, l$ រៀងគ្នា ជាម៉ាស និងប្រវែងរបស់ច្រវ៉ាក់

$m_0$ ជាម៉ាសមួយឯកតាប្រវែង $(m_0 = m/l)$,

$x$ ជាប្រវែងផ្នែកច្រវ៉ាកធ្លាក់ចុះក្រោម

ពេលមិនទាន់ភ្ជាប់អង្គធាតុ (តាង $a$ ជាសំទុះរបស់ខ្សែច្រវ៉ាក់)

$$ma = m_0.x.g = m_0.x.g/m \qquad (1)$$

ពេលភ្ជាប់អង្គធាតុពីរដែលមានម៉ាសស្មើគ្នាគឺ $M$ ទៅនឹងចុងទាំងពីរ (តាង $a'$ ជាសំទុះរបស់ខ្សែច្រវ៉ាក់)

$$(2M+m)a' = (m_0.x+M)g \quad \Rightarrow \quad a' = \frac{(m_0.x+M)g}{2M+m} \qquad (2)$$

នៅខណៈពេលដំបូង (ពេលចាប់ផ្ដើមរអិល) : $m_0 = m/2; x = l/2$ នោះ $a = a' = g/2$

ក្រោយមក: $x > l/2; m_0.x > m/2 \quad (*)$, យើងប្រៀបធៀប $a$ និង $a'$

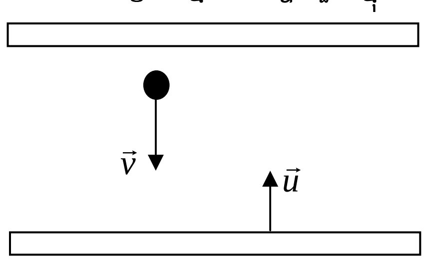
ពី (1) និង (2) : $a - a' = \frac{m_0.x.g}{m} - \frac{(m_0.x+M)g}{2M+m} = \frac{(2m_0.x-m).M.g}{2M+m} \qquad (**)$

ពី $(*) \& (**)$ យើងបាន: $a - a' > 0 \quad \to \quad a > a'$

សន្និដ្ឋាន: ពេលភ្ជាប់អង្គធាតុពីរដែលមានម៉ាសស្មើគ្នា នោះច្រវ៉ាក់ផ្លាស់ទីយឺតជាងមុន។

Ex53: ស្វ៊ែមួយ ទង្គិចស្រាលៗផ្លាស់ទីនៅចន្លោះបន្ទះដែកធំពីរដាក់ស្របគ្នា។ បន្ទះមួយក្នុងចំណោមបន្ទះដែកទាំងពីរ នៅស្ងៀម, ឯបន្ទះដែកទី២ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $u$ តាមទិសដៅទៅរកបន្ទះទី១។

ថាមពលរបស់ស្វ៊ែ នឹងកើនឡើងប៉ុន្មាន% ក្រោយពេលទង្គិចនឹងបន្ទះដែកបាន $N$ ដង ជាមួយនឹងបន្ទះដែកដែលផ្លាស់ទី បើពីដំបូងវាមានល្បឿន $v$ $(v > u)$ ហើយផ្លាស់ទីកែងនឹងបន្ទះដែកទាំងពីរដូចរូប។ មិនគិតការប្រែប្រួលល្បឿនរបស់ស្វ៊ែដែលកើតមានដោយសារអំពើរបស់កំលាំងទំនាញដី។



## សម្រាយ

ពិនិត្យក្នុងប្រព័ន្ធតំរុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងបន្ទះដែកដែលកំពុងផ្លាស់ទី, នោះល្បឿនរបស់ស្វ៊ែគឺ $v_1$ គឺ:

$$v_1 = u + v \ .$$

ក្រោយពេលទង្គិចខ្ទាតនឹងបន្ទះដែក, វាខ្ទាតឡើងដោយល្បឿនដែលមានតំលៃ:

$$v_2 = v_1 = u + v \ .$$

បំលែងទៅក្នុងប្រព័ន្ធតំរុយភ្ជាប់នឹងផ្ទៃដី, ល្បឿនរបស់ស្វ៊ែក្រោយពេលទង្គិច ត្រូវបានបំលែងទៅជា:

$$v_3 = v_2 + u = 2u + v \ .$$

ដូចនេះ, ក្រោយពេលទង្គិច កំរិតតប្រែប្រួលល្បឿនរបស់ស្វ៊ែគឺ:

$$\Delta v = v_3 - v = 2u \ .$$

ក្រោយពេលទង្គិច $N$ ដង, ស្វ៊ែមានកំរិតប្រែប្រួលល្បឿគឺ $2Nu$

ដូចនោះ, បំរែបំរួលថាមពលស៊ីនេទិចរបស់វាស្មើ:

$$\Delta W = W_N - W = \frac{1}{2}m(v+2Nu)^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(4Nvu + 4N^2u^2)$$

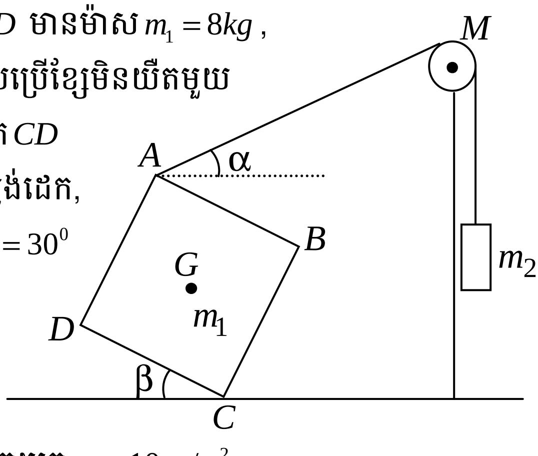
$$\Delta W = 2Num(v+Nu) \, .$$

បើគណនាជាភាគរយនោះយើងបាន:

$$\frac{\Delta W}{W}.100\% = \frac{2Nmu(v+Nu)}{\frac{1}{2}mv^2}.100\% = \frac{4Nu(v+Nu)}{v}.100\% \text{ ។}$$

Ex54: ប្រអប់គូបមួយមានមុខកាត់ត្រង់ $ABCD$ មានម៉ាស $m_1 = 8kg$ , មានជ្រុង $A$ ត្រូវបានភ្ជាប់នឹងអង្គធាតុ $m_2$ ដោយប្រើខ្សែមិនយឺតមួយ ពាក់លើរ៉ក $R$ តូចមួយ នៅនឹងដូចរូប។ ប្លង់បាត $CD$ របស់ប្រអប់គូបទ្រេតបានមុំ $\beta = 15^0$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក, ឯអង្កត់ខ្សែដែលភ្ជាប់នឹងជ្រុង $A$ ទ្រេតបានមុំ $\alpha = 30^0$ ធៀបនឹងទិសដេក។

ប្រអប់គូបមានលំនឹង។ រកម៉ាសរបស់អង្គធាតុ $m_2$ និងមេគុណកកិតរវាងប្រអប់គូប និងកំរាល។ មិនគិតកកិត និងម៉ាសរ៉ក។ គេយក $g = 10m/s^2$




## សម្រាយ

$*$ ពិនិត្យអង្គធាតុ $M$ : បណ្តាកំលាំងមានអំពើលើអង្គធាតុដូចរូប។

- ពេលអង្គធាតុ $M$ មានលំនឹងនោះ: $\vec{P_1} + \vec{T_2} = 0 \qquad (1)$

• ចំណោលសមីការ (1) ទៅលើទិសរបស់កំលាំងតំនឹងយើងបាន:

$$-P_2 + T_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad T_2 = P_2 = m_2.g$$

• ដោយខ្សែមិនយឺត នោះ $T = T_1 = T_2 = P_2 = m_2.g$

∗ ពិនិត្យប្រអប់គូប:

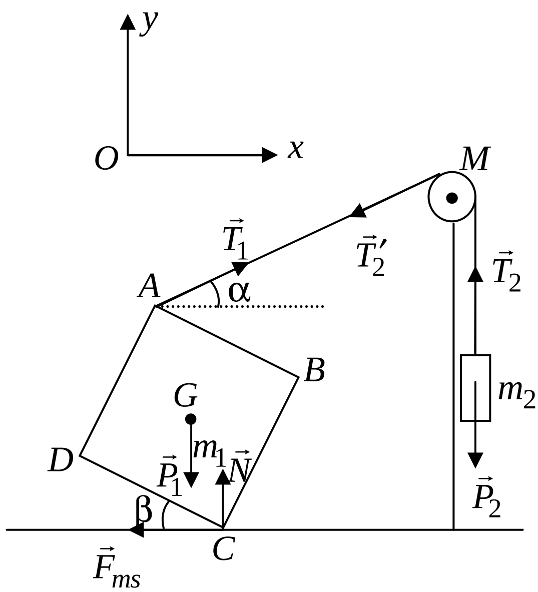
• ចង់ឲ្យប្រអប់មានលំនឹងគឺត្រូវមាន:

$$\vec{P_1} + \vec{N} + \vec{T_1} + \vec{F}_{ms} = 0 \qquad (2).$$

• ចំណោលសមីការ (2) ទៅលើអ័ក្ស:

$$Oy: \; -P_1 + T_1 \sin\alpha + N = 0 \;\Rightarrow\; -P_1 + T.\sin\alpha + N = 0 \quad (3)$$

$$Ox: \; T_1.\cos\alpha - F_{ms} = 0 \;\Rightarrow\; T.\cos\alpha - \mu.N = 0 \qquad (4)$$




• អនុវត្តន៍លក្ខខណ្ឌលំនឹងចំពោះអ័ក្ស $C$ :

$$T_1.AC - P_1.\frac{AC}{2}.\cos(45^0 + \beta) = 0$$

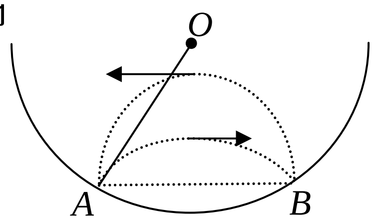
$$\Rightarrow \qquad T.AC - P_1.\frac{AC}{2}.\cos(45^0 + \beta) = 0 \quad (5)$$

• ដោះស្រាយប្រព័ន្ធសមីការ (3),(4),(5) យើងបាន:

$$N = 70N \,,\, m_2 = 2kg \,,\, \mu = 0,24$$ ។

Ex55: ស្វៃតូចមួយលោតទៅវិញទៅមក ក្នុងកន្ទិបស្វៃមួយដូចរូប។ វាទង្គិចខ្ទាតទៅនឹងផ្ទៃខាងក្នុង ត្រង់ពីរចំនុចដែលស្ថិតនៅលើខ្សែដេកមួយជាមួយគ្នា។ ចន្លោះពេលដែលស្វៃផ្លាស់ទីពីឆ្វេងទៅស្តាំគឺ $T_1$, ពីស្តាំទៅឆ្វេងគឺ $T_2$ ដែល $T_1 \neq T_2$

រកកាំរបស់កន្ទិបស្វៃ។




## សម្រាយ

ចំងាយធ្លាក់ របស់ស្វៃត្រូវបានចោលតាមទិសទេរ ដោយល្បឿនដើម $v_0$, មុំចោលគឺ $\alpha$ ធៀបនឹងទិសដេកគឺ: $s = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$

ដោយពីរចំនុចទង្គិច ស្ថិតនៅលើខ្សែដេកតែមួយ នោះទំហំល្បឿនដើមរបស់ចលនាពីឆ្វេងទៅស្តាំ និងពីស្តាំទៅឆ្វេងគឺដូចគ្នា: $v_{01} = v_{02} = v_0$

ដូចនេះ ចំងាយធ្លាក់ ដែលត្រូវគ្នានឹងមុំចោលទាំងពីរ $\alpha_1$ (ពីស្តាំទៅឆ្វេង) និង $\alpha_2$ (ពីឆ្វេងទៅស្តាំ) គឺស្មើគ្នា: $s = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha_1}{g} = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha_2}{g}$

$$\Leftrightarrow \quad \sin 2\alpha_1 = 2\sin 2\alpha_2 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{l} \alpha_1 = \alpha_2 \\ 2\alpha_1 = \pi - 2\alpha_2 \end{array}\right.$$

តែដោយ $T_2 \neq T_1$ នោះ: $\alpha_2 \neq \alpha_1$, ដូចនេះ: $\alpha_2 + \alpha_1 = 90^0$ ។

ដោយទង្គិចនេះ ជាទង្គិចខ្ទាត នោះទិសរបស់ល្បឿនមុន និងក្រោយទង្គិចឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងបន្ទាត់កែង $AO$ ត្រង់ទីតាំងទង្គិច។ ដូចនេះ មុំរវាង $AO$ ធៀបនឹងទិសដេកគឺ:

$$\varphi = \alpha_2 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} = 45^0$$

ដូចនេះ កាំរបស់កន្ទិបស្វៃគឺ: $R = \dfrac{s/2}{\cos\varphi} = \dfrac{s}{\sqrt{2}}$

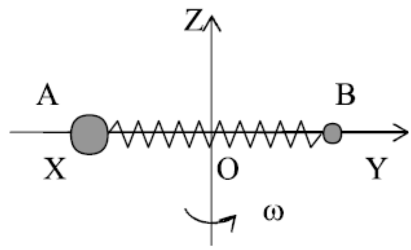
តែយើងមាន: $T_1 = \dfrac{2v_0 \sin\alpha_1}{g}$ និង $T_2 = \dfrac{2v_0 \sin\alpha_2}{g} = \dfrac{2v_0 \cos\alpha_1}{g}$

$$\Rightarrow \quad T_1 T_2 = \frac{4v_0^2 \sin\alpha_1 \cos\alpha_1}{g^2} = \frac{2v_0^2 \sin 2\alpha_1}{g^2} = \frac{2s}{g}$$

$$\Leftrightarrow \quad s = \frac{gT_1T_2}{2} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{gT_1T_2}{2\sqrt{2}}$$

**លំហាត់ទី៦៦**: (VNPhO 30-4-2007 Grade10-P4)

គ្រាប់ឃ្លីពីរ $A$ និង $B$ មានម៉ាស $M$ និង $m$ ភ្ជាប់គ្នាដោយរ៉ឺស័រដែលមានថេរកំរាញ $k$ និងប្រវែងដើម $l_0$។ ស៊កបញ្ចូលប្រព័ន្ធ $M, m$ ,រ៉ឺស័រទៅនឹងអ័ក្សដេក $XY$ ដូចរូប និងបង្វិលវាជុំវិញអ័ក្ស $OZ$ ដោយល្បឿនមុំ $\omega$។ ឃ្លីទាំងពីរ $M, m$ រអិលដោយគ្មានកកិតនៅលើរបារ $XY$ ។ រកទីតាំងលំនឹងរបស់គ្រាប់ឃ្លីទាំងពីរ។ តើលំនឹងនេះជាលំនឹងស៊ប់រឺទេ?




**ដំណោះស្រាយ**

តាង $OA = x, OB = y$ ក្នុងតម្រុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងរបារ

គ្រាប់ឃ្លី $A$ រកកម្លាំងនិចលភាពចាកផ្ចិត $F_1 = M\omega^2 x$ (1)

កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ: $F = k\Delta l = k(x+y-l_0)$ (2)

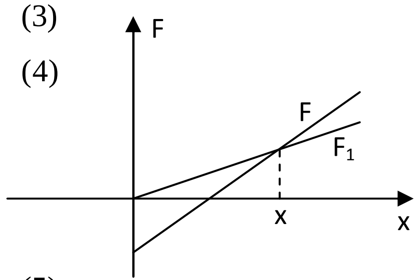
គ្រាប់ឃ្លី $B$ រងកម្លាំងនិចលភាពចាកផ្ចិត $F_2 = m\omega^2 y$ (3)

កម្លាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ: $F = k\Delta l = k(x+y-l_0)$ (4)

ពេលមានលំនឹង: $F_1 = F_2 = F$

ទាញបាន $\dfrac{x}{y} = \dfrac{m}{M}$

ជំនួសចូល (2): $F = k\left[x\left(1+\dfrac{M}{m}\right)-l_0\right] = M\omega^2 x$ (5)




$$\Rightarrow x = \frac{mkl_0}{k(m+M)-mM\omega^2} \Rightarrow y = \frac{Mkl_0}{k(m+M)-mM\omega^2}$$

សិក្សាលក្ខណៈលំនឹងរបស់គ្រាប់ឃ្លី $A$:

លំនឹងរបស់ $A$ អាស្រ័យនឹង $F_1$ និង $F_2$ ។ យើងសង់បណ្តាបន្ទាត់ដូចរូបៈ

$$F_1 = M\omega^2 x$$

$$F = k\left(\frac{m+M}{m}\right)x - kl_0$$

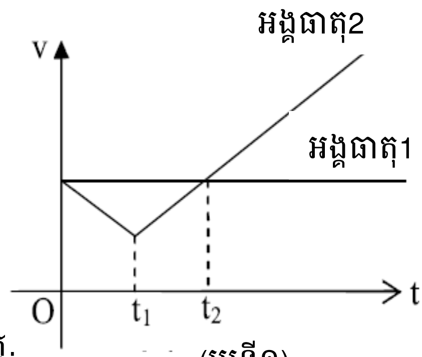
ដោយ $x > 0$ នាំឲ្យ $\omega < \sqrt{\dfrac{k(m+M)}{mM}}$ (6)

លក្ខខណ្ឌ (6) មានន័យថា មេគុណប្រាប់ទិស $M\omega^2$ របស់បន្ទាត់ $F_1(x)$ តូចជាងមេគុណប្រាប់ទិស $k\left(\dfrac{m+M}{m}\right)$ របស់បន្ទាត់ $F(x)$ ។

បន្ទាត់ទាំងពីរកាត់គ្នា ត្រង់ទីតាំងលំនឹង $x$ ។ បើ $x$ កើន នោះ $F$ កើនឡើងខ្លាំងជា $F_1$ នាំឲ្យទាញ $A$ ទៅរកទីតាំងលំនឹងវិញ។ ដូចនេះ លំនឹងនេះជាលំនឹងស៊ប់។

**លំហាត់ទី៦៧**: (Re.VNPhO 30-4-2008 Grade10-P1)

នៅលើរូបទី១ ជាក្រាបល្បឿនតាមរយៈពេលរបស់អង្គធាតុពីរ, គេឲ្យដឹង $t_1$ និង $t_2$ ។ រករយៈពេលដែលអង្គធាតុទាំងពីរចរបាន ក្នុងចំងាយចរពីរស្មើគ្នា។



(រូបទី១)

**ដំណោះស្រាយ**

\+ សង់រូបទី២

\+ បកស្រាយ: ចំងាយចរពីរស្មើគ្នា ពេលក្រឡាផ្ទៃទាំងពីរស្មើគ្ន.

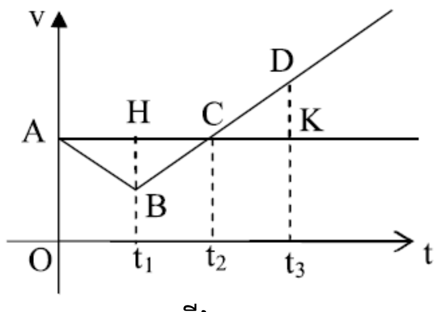
$$S_{ABC} = S_{CDK}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}AC.BH = \frac{1}{2}CK.DK$$

$$\Rightarrow t_2\frac{BH}{DK} = (t_3 - t_2)$$

$$= t_2\frac{HC}{CK} = t_2.\frac{(t_2 - t_1)}{(t_3 - t_2)}$$

$$\Rightarrow t_3 = t_2 + \sqrt{t_2(t_2 - t_1)}$$

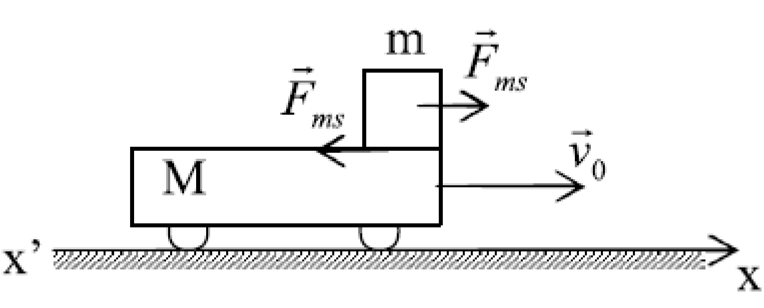


(រូបទី២)

**លំហាត់ទី៦៨**: (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P2)

ទូររថភ្លើងមួយមានម៉ាស $M$ កំពុងផ្លាស់ទីនៅលើផ្លូវដែកដេករាបស្មើ ដោយល្បឿន $v_0 = 2m/s$ ស្រាប់តែមានអង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស $m = \frac{M}{10}$ ធ្លាក់ចុះយ៉ាងស្រាល ចំគែមខាងមុខរបស់ដំបូលទូររថភ្លើង។ ដំបូងមានប្រវែល $l = 5m$ ។ មេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុ និងដំបូលរថភ្លើងគឺ $k = 0,1$ ។ អង្គធាតុតូចនោះអាចនៅស្ងៀមរឺទេ ក្រោយពេលធ្លាក់នៅលើដំបូលរថភ្លើង? បើអាច តើវាស្ថិតនៅកន្លែងណា? យក $g = 10m/s^2$ ។

**ដំណោះស្រាយ**




ជ្រើសយកអ័ក្ស $x'x$ ជាទិសដៅចលនារបស់រថភ្លើង

\+ កម្លាំងកកិតរវាងអង្គធាតុនិងរថភ្លើងគឺ: $F_{ms} = k.mg$

\+ អង្គធាតុរអិលនៅលើដំបូល, សំទុះ $a$ ធៀបនឹងដីគឺ $a = kg = 1m/s^2$

\+ រថភ្លើងមានចលនាយឺតស្មើ, សំទុះ $A$ ស្មើនឹង $A = \dfrac{-F_{ms}}{M} = -0,1m/s^2$

\+ ធៀបនឹងដី, អង្គធាតុមានល្បឿន $u = at$, រថភ្លើងមានល្បឿន $U = v_0 + at$

\+ ដល់ខណៈពេល $t_0$, ល្បឿនទាំងពីរស្មើគ្នា, អង្គធាតុស្ថិតនៅស្ងៀមលើដំបូលរថភ្លើង:

$$at_0 = v_0 + At_0 \Rightarrow t_0 \approx 1,82(s)$$

\+ ពេលនេះធៀបនឹងដី, អង្គធាតុចរបាន $S = \dfrac{a}{2}t_0^2 = 1,65(m)$

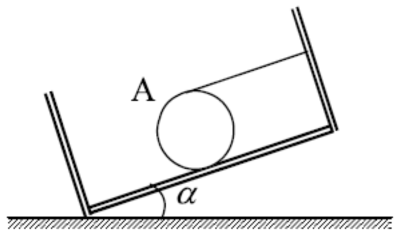
\+ រថភ្លើងចរបាន $S = v_0t_0 + \dfrac{A}{2}t_0^2 = 3,47(m)$

\+ ធៀបនឹងរថភ្លើង, អង្គធាតុចរបាន $S - s = 1,82(m) < 5(m)$

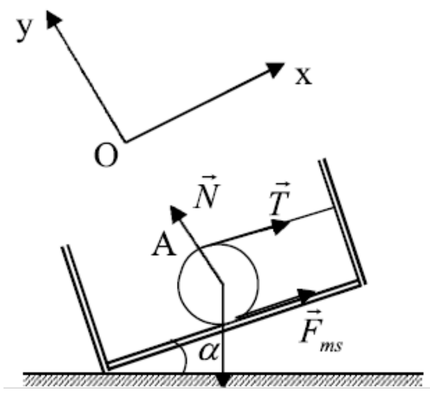
\+ ដូចនេះ អង្គធាតុឈប់ស្ងៀមនៅលើដំបូលរថភ្លើង ហើយឃ្លាតពីគែមខាងមុខ $1,82(m)$ ។

**លំហាត់ទី៦៩**: (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P3)

ស្វ៊ែមួយមានទំងន់ $P$ ត្រូវបានដាក់នៅបាតប្លង់, មិនរលោង របស់ប្រអប់មួយ។ បាតប្រអប់ទ្រេតបានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងទិសដេក។ ស្វ៊ែត្រូវបានរក្សាឲ្យមានលំនឹង ដោយខ្សែមួយស្រប នឹងបាតប្រអប់, ចង់ទៅនឹងចុង $A$ របស់អង្កត់ផ្ចិតកែងនឹង បាត។ តើមុំ $\alpha$ អាចមានតម្លៃធំបំផុតស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យស្វ៊ែ នៅមានលំនឹង? គណនាកម្លាំងតំនឹងខ្សែចង ជាអនុគមន៍នៃ $P$ ក្នុងករណីនេះ។ ដឹងថាមេគុណ កកិតរវាងស្វ៊ែ និងបាតប្រអប់ស្មើនឹង $k = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$ ។




**ដំណោះស្រាយ**




\+ លក្ខខណ្ឌលំនឹងរបស់ស្វ៊ែ:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \qquad (1)$$

\+ អនុវត្តន៍វិធានម៉ូម៉ង់ចំពោះអ័ក្សរង្វិល $A$:

$$P.R\sin\alpha = F_{ms}.2R$$

$$F_{ms} = \frac{P\sin\alpha}{2}$$

តម្លៃរបស់កម្លាំងកកិតផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ:

$$F_{ms} \le kN \qquad (2)$$

+ ចំនោល (1) រៀងគ្នាទៅលើអ័ក្ស $Ox$ និង $Oy$ :

$$Ox: T+F_{ms}-P\sin\alpha=0$$

$$Oy: N-P\cos\alpha=0$$

$$\Rightarrow T=P\sin\alpha-F_{ms} \qquad (3)$$

$$N=P\cos\alpha \qquad (4)$$

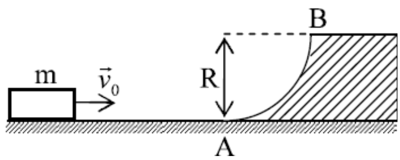
+ តាម (2) និង (4) យើងបាន:

$$\frac{P\sin\alpha}{2}\le kP\cos\alpha \Leftrightarrow \tan\alpha\le 2k \Leftrightarrow \tan\alpha\le\frac{\sqrt{3}}{3}$$

មុំ $\alpha$ ធំបំផុត: $\alpha_{\max}=30^0$

+ តាម (3) ទាញបានតម្លៃរបស់កម្លាំងតំនឹងខ្សែ $T=P(\sin\alpha-k\cos\alpha)=\frac{P}{4}$ ។

**លំហាត់ទី៧០:** (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P4)




នៅលើប្លង់តុដេក មានបន្ទះឈើមួយមានម៉ាស $m$ (រាងចតុកោណកែងកំពស់ $R=0,125m$, ចោះចោល $\frac{1}{4}$ រង្វង់កាំ $R$)។ ដុំឈើនេះដំបូងនៅស្ងៀម។ ដុំដែកមួយមានម៉ាស $m$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0=5m/s$ ទៅរុញដុំឈើ។ មិនគិតកកិតនិងកំលាំងទប់នៃខ្យល់។

*a.* គណនាល្បឿនផ្នែកដេក $v_x$ និងផ្នែកឈរ $v_y$ ពេលដុំដែកទៅដល់ចំនុច $B$ ($B$ នៅកំពស់ $R$)។ រកលក្ខខណ្ឌ $v_0$ ដើម្បីឲ្យដុំដែកអាឆ្លងកាត់ $B$ ។ យក $g=10m/s^2$

*b.* រកកំពស់ដែលដុំដែកទទួលបានពេលឆ្លងកាត់ $B$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

*a*). ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនាតាមទិសដេក:

$$mv_0=2mv_x\Rightarrow v_x=\frac{v_0}{2}=2,5m/s$$

+ ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_y^2+\frac{1}{2}mv_x^2++mgR$$

$$v_0^2=2v_x^2+v_y^2+2gR$$

$$\Rightarrow v_y=\sqrt{\frac{v_0^2}{2}-2gR}=\sqrt{10}m/s$$

+ លក្ខខណ្ឌដើម្បីឲ្យដុំដែកអាចឆ្លងកាត់ $B$: $v_0>2\sqrt{gh}=2,24m/s$

\+ តាមបំរាប់ប្រធាននោះលក្ខខណ្ឌខាងលើផ្ទៀងផ្ទាត់។

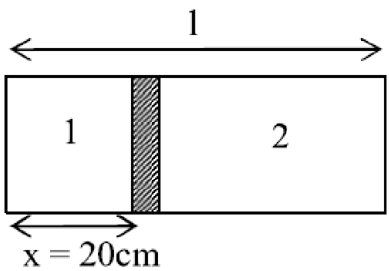
$b)$. ក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពី $B$ ដុំដែកផ្លាស់ទីតាមគន្លងប៉ារ៉ាបូល, ដែលកំពស់កំពូលគឺ $h$:

$$v_y^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{v_y^2}{2g} = 0,5m$$

កំពស់ធៀបនឹងផ្ទៃដី $H = h + R = 0,625m$.

**លំហាត់ទី៧១:** (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P5)

ធុងរាងស៊ីឡាំងមួយមានប្រវែង $l = 0,6cm$, មុខកាត់ទទឹង $0,5cm^2$ ដាក់ដេក, ចែកជាពីរផ្នែក ដោយប្រើពីស្តុងមិនចំលងកំដៅមួយ, កម្រាស់មិនបាច់គិត។ ផ្នែកទីមួយផ្ទុកឧស្ម័ន $He$, ផ្នែកទីពីរផ្ទុកឧស្ម័ន $H_2$ មានម៉ាសដូចគ្នា $m_0$ ។ រក្សាផ្នែកទីមួយនៅសីតុណ្ហភាព $t_1 = 27^0C$ ។




$a)$ ពេលសំពាធនៅផ្នែកទាំងពីរស្មើគ្នា (រូបទី៤), គណនាសីតុណ្ហភាពនៅផ្នែកទីពីរ។

$b)$ រក្សាសីតុណ្ហភាពនៅផ្នែកទីពីរឲ្យថេរ។ ដុតកំដៅនៅផ្នែកទីមួយឲ្យដល់សីតុណ្ហភាព $T_1$ និង $p_1 = 1,5p_2$ ។

គណនា $T_1'$ ដើម្បីឲ្យពីស្តុងផ្លាស់ទីទៅខាងស្តាំបាន $4cm$ ។

$c)$ ធ្វើឲ្យធុងវិលទៅរកសភាពដើមវិញ (សំនួរ $a: p_1 = p_2$)។ ដោះពីស្តុងចេញ ដើម្បីឲ្យផ្នែកទាំងពីរឆ្លងកាត់គ្នាបាន យ៉ាងណាឲ្យសីតុណ្ហភាពមិនប្រែប្រួល។ ពេលកើតមានលំនឹង ចូរគណនាសំពាធរបស់ឧស្ម័នជាអនុគមន៍នៃសំពាធដំបូង $p_1, p_2$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

$a)$ + នៅផ្នែកទី១: $p_1V_1 = \frac{m_0}{\mu_1}.RT_1$ (1)

\+ នៅផ្នែកទី២: $p_2V_2 = \frac{m_0}{\mu_2}.RT_2$ (2)

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{p_1.V_1}{p_2.V_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.\frac{T_1}{T_2} \quad (3)$$

\+ $p_1 = p_2, V_2 = 2V_1 \Rightarrow T_2 = 300^0K$

$b)$. + ធ្វើដូចខាងលើ:

$$(3) \Leftrightarrow \frac{p_1.V_1'}{p_2'.V_2'} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.\frac{T_1'}{T_2'} \quad (4)$$

\+ $p_1' = 1,5p_2'$

$l_1' = x + 4 = 24cm,\ l_2' = 36cm$

$$l_2^{'} = 1,5l_1^{'} \Rightarrow V_2^{'} = 1,5V_1^{'}$$

$+ \quad (4) \Rightarrow T_1^{'} = 600^0 K$

$c)$. វដ្តអ៊ីសូទែម: អនុវត្តន៍ច្បាប់ Boile-Mariot ចំពោះឧស្ម័នក្នុងផ្នែកនីមួយៗពេលពួកវាមានមាឌនៅផ្នែកទាំងពីរ:

$$p_1V_1 = p_1^{'}(V_1 + V_2) \Rightarrow p_1^{'} = \frac{V_1p_1}{V_1 + V_2}$$

$$p_2V_2 = p_2^{'}(V_1 + V_2) \Rightarrow p_2^{'} = \frac{V_2p_2}{V_1 + V_2}$$

$$p_1 = p_2$$

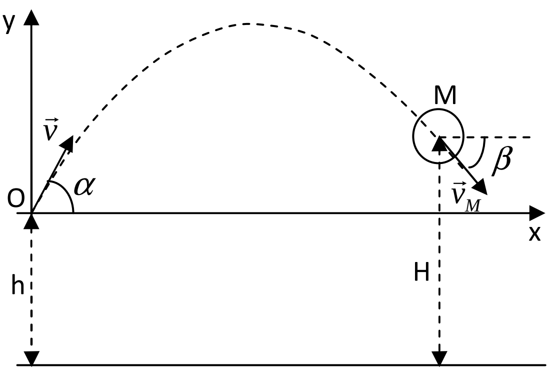
អនុវត្តន៍ច្បាប់ដាល់តុន:

$$p = p_1^{'} + p_2^{'} = p_1 = p_2$$

**លំហាត់ទី៧២**:(VNPhO 30-4-2009 Grade10-P1)

តើត្រូវចោលបាល់បោះមួយដែលមានកាំ $r$ ពីកំពស់ $h = 2m$ ដោយមុំចោលតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មានដើម្បីឲ្យវាអាចហោះចូលកន្ត្រកពីលើចុះក្រោម ដោយមិនប៉ះគែមកន្ត្រក? គេដឹងថាកន្លែងចោលបាល់ នៅចម្ងាយពីកន្ត្រកប្រវែង $L = 5m$ តាមទិសដេក។ កន្ត្រកត្រូវបានព្យួរនៅកំពស់ $H = 3m$, កាំកន្ត្រក $R = 2r$ ។ មិនគិតកម្លាំងទប់នៃខ្យល់ និងចាត់ទុកថាវិមាត្ររបស់កន្ត្រកគឺតូចណាស់ ធៀបនឹងប្រវែងគន្លងរបស់បាល់បោះ។

**ដំណោះស្រាយ**




តាង $O$ ជាកន្លែងចោលបាល់

$v_0$ ជាល្បឿនចោលបាល់

$\alpha$ ជាមុំចោលបាល់

$M$ ជាទីតាំងកន្ត្រក

$v_M$ ជាល្បឿនពេលទៅដល់កន្ត្រក

$\beta$ ជាមុំបង្កើតដោយទិសដេកនិង $\vec{v}_M$

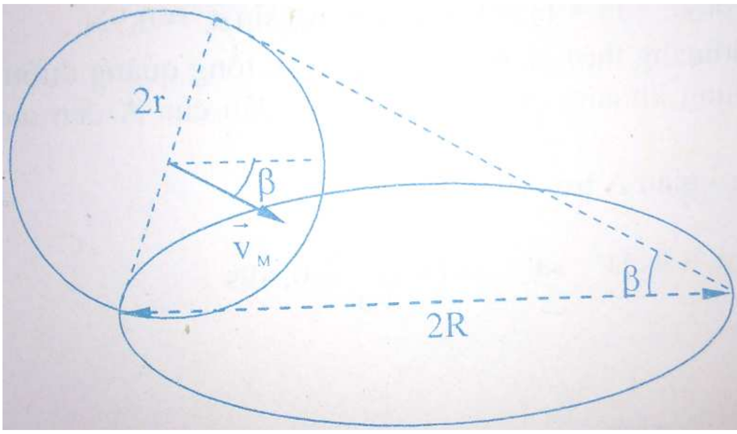
$$v_x = v_0 \cos\alpha = v_M \cos\beta \qquad (1)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_M^2}{2} + mgH \Leftrightarrow v_M^2 = v_0^2 - 2g(H-h) \qquad (2)$$

តាម $(1) \& (2) \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\cos\beta}{v_0}\sqrt{v_0^2 - 2g(H-h)}$

$\Rightarrow \alpha$ តូចបំផុតពេល $\beta$ តូចបំផុត

ក្នុងបណ្តាគន្លងពីលើចុះក្រោម អាចធ្វើឲ្យបាល់ហោះចូលកន្ត្រក គឺគន្លងបាល់ដែលទៅជិតគែមកន្ត្រកនឹងមាន $\beta$ តូចបំផុត




យើងមាន: $\sin\beta = \dfrac{2r}{2R} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \beta = 30^0$

នៅកំពស់ $H$ : $v_0 \sin\alpha - gt = -v_M \sin\beta$ (3)

$(3):(1) \Rightarrow \tan\beta = -\dfrac{v_0 \sin\alpha - gt}{v_0 \cos\alpha}$

ម្យ៉ាងទៀត: $y = v_0 \sin\alpha .t - \dfrac{gt^2}{2}$ (4)

$x = v_0 \cos\alpha .t$ (5)

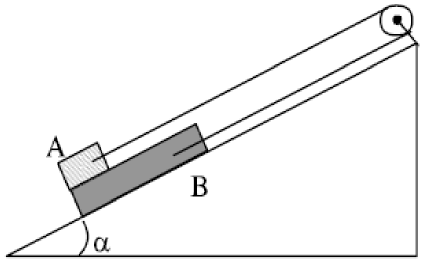
$(4):(5) \Rightarrow \dfrac{2y}{x} = \dfrac{2v_0 \sin\alpha .t - gt^2}{v_0 \cos\alpha .t} = \dfrac{v_0 \sin\alpha .t}{v_0 \cos\alpha .t} + \dfrac{v_0 \sin\alpha .t - gt^2}{v_0 \cos\alpha .t} = \tan\alpha - \tan\beta$

$\Rightarrow \tan\alpha = \tan\beta + \dfrac{2y}{x} \approx \tan\beta + \dfrac{2(H-h)}{L}$

ជំនួសលេខចូល, យើងបាន $\alpha \approx 44^0$ ។

**លំហាត់ទី៧៣:**(VNPhO 30-4-2009 Grade10-P2)

បន្ទះក្តារ $B$ មួយប្រវែង $l = 1m$, ម៉ាស $m_2 = 1kg$ ត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់ទេរ $30^0$ ធៀបនឹងទិសដេក។ អង្គធាតុ $A$ មានម៉ាស $m_1 = 100g$ ដាក់នៅត្រង់ចំនុចទាបបំផុតរបស់ $B$ និងត្រូវបានចងភ្ជាប់នឹង $B$ ដោយខ្សែឆ្មារមួយ មិនយឺត ពាក់ទៅលើរ៉កស្រាល, ភ្ជាប់នៅនឹងជាមួយកំពូលប្លង់ទេរ។



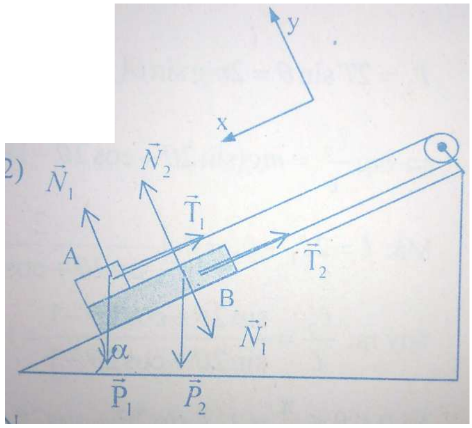

គេឲ្យ $g = 10m/s^2$ និងមិនគិតគ្រប់កកិត។ គេលែងបន្ទះក្តារឲ្យរអិលចុះប្លង់ទេរ។

*a.* រកសំទុះរបស់ $A, B$។ គណនាកម្លាំងដែល $B$ មានអំពើលើ $A$, កម្លាំងដែលប្លង់ទេមានអំពើលើ $B$ និងកម្លាំងតំនឹងខ្សែ។

*b.* គណនារយៈពេលដើម្បីឲ្យ $A$ ធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្ដារ $B$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

*a.* ជ្រើសយកតម្រុយកូអរដោនេ $Oxy$ ដូចរូប




អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុ $A$ យើងបាន:

\+ តាម $Ox$: $P_1 \sin\alpha - T = -m_1 a$ (1)

អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុ $B$ យើងបាន:

\+ តាម $Ox$: $P_2 \sin\alpha - T = m_2 a$ (2)

តាម $(1) \& (2) \Rightarrow a = \dfrac{(m_2 - m_1) g \sin\alpha}{m_1 + m_2}$

ជំនួសលេខ, យើងបាន $a = 4,1 m/s^2$

\+ នៅលើអ័ក្ស $Oy$ យើងមាន:

$N_1 = m_1 g \cos\alpha = 0,87N$

$N_2 = N_1 + m_2 g \cos\alpha = 9,53N$

កម្លាំងតំនឹងខ្សែ $T_1 = T_2 = T = m_1 a + m_1 g \sin\alpha = 0,9N$

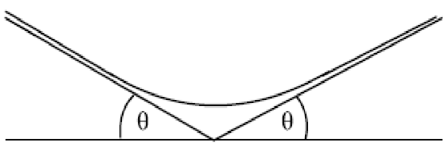
*b.* ក្នុងចន្លោះពេលដែល $A$ រអិលនៅលើ $B$, ចំងាយចរសរុប $A, B$ ធ្វើបាន ស្មើនឹងចំងាយពីទីតាំងដំបូងរបស់ $A$ ទៅដល់គែមខាងលើរបស់ $B$ ហើយស្មើនឹង $1m$

ទាញបាន រយៈពេល $A$ រអិលនៅលើ $B$ គឺ:

$$s = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)t^2 = at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{s}{a}} = 0,49s$$

**លំហាត់ទី៧៤**: (VNPhO 30-4-2009 Grade10-P3)

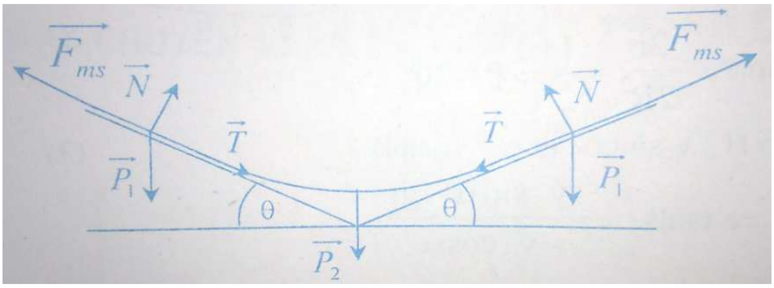
ខ្សែឆ្នារមួយសសៃ, ស្មើសាច់មានម៉ាស $m$ ស្ថិតនៅលើប្លង់ទេរពីរមានមុំទេរធៀបនឹងប្លង់ដេកគឺ $\theta$។ មេគុណកកិតរវាងខ្សែ និងប្លង់ទេរទាំងពីរគឺ $\mu = 1$។ ប្រព័ន្ធមានលំនឹង ហើយឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងប្លង់កាត់តាមកាត់តាមបន្ទាត់ប្រសព្វរបស់ប្លង់ទេរទាំងពីរ។




*a.* តើផ្នែកខ្សែដែលមិនប៉ះនឹងប្លង់ទេរទាំងពីរ អាចមានប្រវែង វែងបំផុតស្មើប៉ុន្មាន? ពេលនោះមុំទេរ $\theta$ នឹងស្មើប៉ុន្មាន?

*b.* តម្លៃរបស់មុំ $\theta$ ធំបំផុតស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យលំហាត់នៅតែមានចម្លើយ?

**ដំណោះស្រាយ**




ដោយប្រព័ន្ធមានលក្ខណៈឆ្លុះ នោះពេលមានលំនឹង ផ្នែកខ្សែដែលស្ថិតនៅលើប្លង់ទេរទាំងពីរនឹងដូចគ្នា។

តាង ប្រវែងផ្នែកខ្សែនីមួយៗស្ថិតនៅលើប្លង់ទេរដោយ $l_1$, ប្រវែងផ្នែកខ្សែដែលនៅសេរី (មិនប៉ះនឹងប្លង់ទេ)ដោយ $l_2$, ប្រវែងរបស់ខ្សែទាំងអស់គឺ $l$ ។

ពិនិត្យមើលបណ្តាកម្លាំងដែលមានអំពើលើផ្នែកខ្សែដែលប៉ះនឹងប្លង់ទេរ។ ដោយខ្សែស្ថិតនៅស្ងៀមមានលំនឹង នោះផលបូកកម្លាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើខ្សែត្រូវស្មើនឹង $0$ ។

យើងបាន: $T = F_{ms} - P_1 \sin\theta = mg\left(\mu\cos\theta - \sin\theta\right)\frac{l_1}{l}$

ដូចគ្នាដែរ អនុវត្តន៍លក្ខខណ្ឌលំនឹងចំពោះផ្នែកខ្សែដែលនៅសេរី យើងក៏ទទួលបាន:

$$P_2 = 2T\sin\theta = 2mg\sin\theta\left(\mu\cos\theta - \sin\theta\right)\frac{l_1}{l}$$

$$\Leftrightarrow \ mg\frac{l_2}{l} = mg\left(\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1\right)\frac{l_1}{l} \Leftrightarrow l_2 = l_1(\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1)$$

ដោយ $l = 2l_1 + l = l_2\left(\frac{2}{\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1} + 1\right)$

ទាញបាន $\frac{l_2}{l} = \frac{\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1} = 1 - \frac{2}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}$

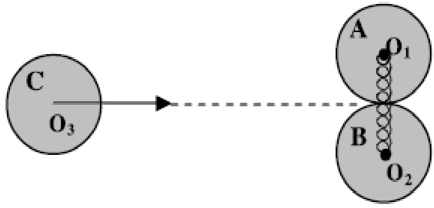
ដោយ $0 \le 0 \le \frac{\pi}{4} \Rightarrow 1 \le \sin 2\theta + \cos 2\theta \le \sqrt{2}$ (*)

$$\Rightarrow \ 0 \le \frac{l_2}{l} \le 1 - \frac{2}{1+\sqrt{2}} \Rightarrow l_{2\max} = l\left(1 - \frac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$$

ពេល $l_2$ មានតម្លៃអតិបរមានោះតាម (*) យើងទាញបានតម្លៃរបស់ $\theta = \frac{\pi}{8}$

ដើម្បីឲ្យលំហាត់មានចម្លើយ គឺត្រូវទាមទារឲ្យ $\frac{l_2}{l} \ge 0 \Rightarrow \theta \le 45^0$

**លំហាត់ទី៧៥:** (VNPhO 30-4-2009 Grade10-P4)




ថាសស្មើសាច់បីដូចគ្នា, មានម៉ាស $m$ និងកាំ $R$ ដូចគ្នា, ត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់ដេក។ ថាស $A$ និង $B$ ដាក់ប៉ះគ្នា។ ថាសនីមួយៗមានគន្លឹះតូចមួយនៅផ្ចិត $O_1$ និង $O_2$ ដើម្បីភ្ជាប់នឹងរ៉ឺស័រស្រាលមួយមានថេរកំរាញ $k$, ប្រវែងដើមស្មើ $2R$ ភ្ជាប់ $O_1$ និង $O_2$។ ថាស $C$ មានផ្ចិត $O_3$ កំពុងមានចលនារំកិលនៅលើបន្ទាត់មេដ្យាទ័ររបស់ $O_1O_2$ ដោយល្បឿន $v$ ទៅទង្គិចខ្វាតចំថាស $A$ និង $B$។ មិនគិតគ្រប់កកិត។

*a.* រកល្បឿនរបស់ $A$ និង $B$ ក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម។

*b.* គណនាប្រវែង វែងបំផុត $l_{max}$ របស់ផ្ចិត $O_1$ និង $O_2$ ក្រោយពេលទង្គិច។

ដឹងថា $R = 2cm, m = 250g, k = 1,5N/m, v = 80cm/s$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

*a.* អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនាចំពោះប្រព័ន្ធទង្គិច:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p} \qquad (1)$$

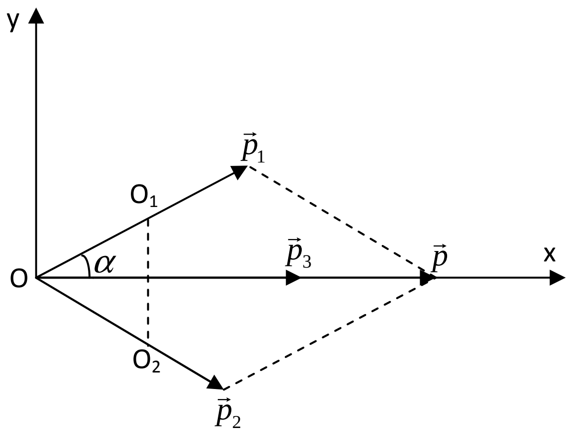
\+ តាមរូបបង្ហាញកន្សោមវ៉ិចទ័រ $(1)$, ក្នុងនោះទំហំ:

$$p_1 = p_2 \qquad (2)$$

\+ ចំនោល $(1)$ ទៅលើអ័ក្ស $Ox$:

$$2mv_1\cos\alpha + mv_3 = mv$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}v_1 + v_3 = v \qquad (3)$$




អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

$$2.\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow 2v_1^2 + v_3^2 = v^2 \qquad (4)$$

\+ ដោះស្រាយសមីការ $(3)$ & $(4)$:

$$(3) \Leftrightarrow \sqrt{3}v_1 = v - v_3 \qquad (5)$$

$$(4) \Leftrightarrow 2v_1^2 = (v - v_3)(v + v_3) \qquad (6)$$

ចែក $(6)$ ឲ្យ $(5)$, ដោយដឹងថា $v_3 \neq v$, យើងបាន: $\frac{2}{\sqrt{3}}v_1 = v + v_3 \qquad (7)$

បូក $(3)$ និង $(7)$ យើងបាន: $\left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right)v_1 = 2v \Leftrightarrow v_1 = \frac{2\sqrt{3}}{5}v = v_2 \qquad (8)$

$b.$ ក្រោយពេលទង្គិច, $A$ និង $B$ មានចលនាធ្វើឲ្យរ៉ឺស័រយឺត, កំលាំងយឺតរបស់រ៉ឺស័រ ធ្វើឲ្យថយចុះផ្នែកល្បឿនតាមទិស $Oy$, ឯផ្នែកល្បឿនតាមទិស $Ox$ គឺមិនប្រែប្រួល។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចឲ្យប្រព័ន្ធ $(A,B)$ ក្រោយពេលទង្គិចគ្នា ដល់ពេលល្បឿនតាមទិស $Oy$ ត្រូវបានបាត់បង់ (ពេលនោះរ៉ឺស័រយឺតបានអតិបរមា)

$$2.\frac{1}{2}mv_{1x}^2+\frac{1}{2}k(\Delta l_{\max})^2=2.\frac{1}{2}mv_1^2 \Leftrightarrow 2m(v_1\cos\alpha)^2+k(\Delta l_{\max})^2=2mv_1^2$$

$$\Leftrightarrow \Delta l_{\max}=v_1\sin\alpha\sqrt{\frac{2m}{k}}=v\sqrt{\frac{6}{25}.\frac{m}{k}} \qquad (9)$$

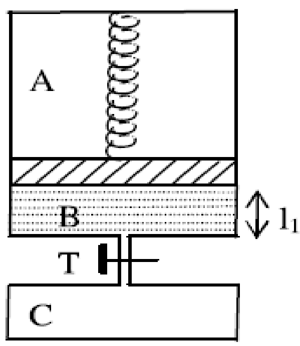
+ ដូចនេះ ប្រវែង វែងបំផុតរបស់ $O_1$ និង $O_2$ ក្រោយពេលទង្គិចគឺ:

$$l_{\max}=2R+v\sqrt{\frac{6}{25}\frac{m}{k}}$$

ជំនួសលេខចូល យើងបាន: $l_{\max}=2R+v\sqrt{\frac{6}{25}\frac{m}{k}}=2.2+80\sqrt{\frac{6}{25}.\frac{0,25}{1,5}}=20cm$

**លំហាត់ទី៧៦:** (VNPhO 30-4-2009 Grade10-P5)

ក្នុងស៊ីឡាំងដូចរូប, ពីស្តុងធុន់អាចផ្លាស់ទីដោយគ្មានកកិត, ព្រមទាំងចែកស៊ីឡាំងជាពីរផ្នែក $A$ និង $B$ ។ ផ្នែកខាងក្រោមស៊ីឡាងភ្ជាប់នឹងធុង $C$ មួយ តាមរយៈបំពង់តូចមួយមានរ៉ូប៊ីនេ $T$ ។ $C$ មានមុខកាត់ដូចគ្នានឹង $B$ ។ ពីស្តុងត្រូវបានភ្ជាប់នឹងគែមខាងលើរបស់ស៊ីឡាំងដោយប្រើរ៉ឺស័រស្រាលមួយ។ ពេលពីស្តុងស្ថិតនៅក្បែរគែមខាងក្រោមរបស់ស៊ីឡាំង គឺរ៉ឺស័រមិនប្តូររូបរាង។ ដំបូង រ៉ូប៊ីនេ $T$ កំពុងបិទ។ ក្នុង $B$ មានផ្ទុកឧស្ម័នមួយ, ក្នុង $A$ និង $C$ ជាសុញ្ញាកាស។ កំពស់របស់ផ្នែក $B$ គឺ $l_1$, មាឌរបស់ផ្នែក $B$ និង $C$ ស្មើគ្នា។ កម្លាំងដែលរ៉ឺស័រមានលើពីស្តុងពេលនោះ មានទំហំស្មើនឹងទំងន់របស់ពីស្តុង។ គេបើករ៉ូប៊ីនេ $T$ ព្រមទាំងក្រឡាប់ប្រព័ន្ធឡើងក្នុងពេលជាមួយគ្នា។ សួរថា តើពេលពីស្តុងមានលំនឹង តើកំពស់ $l_2$ របស់ផ្នែក $B$ ស្មើប៉ុន្មាន? ដឹងថាសីតុណ្ហភាពឧស្ម័នគឺមិនប្រែប្រួល។




**ដំណោះស្រាយ**

តាង $m$ ជាម៉ាសរបស់ពីស្តុង

$K$ ជាថេរកំរាញរ៉ឺស័រ

$S$ ជាមុខកាត់របស់ស៊ីឡាំង

$p_0$ ជាសំពាធរបស់ឧស្ម័នក្នុងផ្នែក $B$ ពេលដំបូង

\+ ដំបូង, ពេលពីស្តុងមានលំនឹង:

$$p_0 S = mg + Kl_1$$

តាមបំរាប់ $Kl_1 = mg$ (1)

ទាញបាន $p_0 S = 2Kl_1 \Rightarrow p_0 = \dfrac{2Kl_1}{S}$ (2)

\+ ពេលបើករ៉ូប៊ីនេ $T$ និងក្រឡាប់ប្រព័ន្ធឡើង: $B$ និង $C$ មានសំពាធដូចគ្នាគឺ $p$

អនុវត្តន៍ច្បាប់ Boyle-Mariotte:

$$p_0 l_1 S = p(l_1 + l_2)S$$

ទាញបាន $p = \dfrac{l_1}{l_1 + l_2} p_0$ (3)

ជំនួស (2) ចូល (3): $p = \dfrac{2Kl_1^2}{(l_1 + l_2)S}$ (4)

ពេលពីស្តុងមានលំនឹង: $pS + mg = Kl_2$ (5)

ជំនួស (1) និង (4) ចូល (5), យើងបាន: $\dfrac{2Kl_1^2}{l_1 + l_2} + Kl_1 = Kl_2$

ទាញបាន $\dfrac{2l_1^2}{l_1 + l_2} + l_1 = l_2$

ដូចនេះ $l_2 = l_1\sqrt{3}$

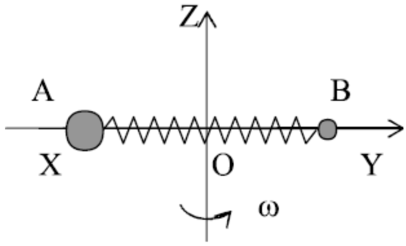
*សូមរង់ចាំអានភាគបន្ត!!*

www.highschoolcam.blogspot.com

www.highschoolcam.wordpress.com

**លំហាត់ទី៦៦**: (VNPhO 30-4-2007 Grade10-P4)

គ្រាប់ឃ្លីពីរ $A$ និង $B$ មានម៉ាស $M$ និង $m$ ភ្ជាប់គ្នាដោយរ៉ឺស័រដែលមានថេរកំរាញ $k$ និងប្រវែងដើម $l_0$។ ស៊កបញ្ចូលប្រព័ន្ធ $M, m$, រ៉ឺស័រទៅនឹងអ័ក្សដេក $XY$ ដូចរូប និងបង្វិលវាជុំវិញអ័ក្ស $OZ$ ដោយល្បឿនមុំ $\omega$។ ឃ្លីទាំងពីរ $M, m$ រអិលដោយគ្មានកកិតនៅលើរបារ $XY$។ រកទីតាំងលំនឹងរបស់គ្រាប់ឃ្លីទាំងពីរ។ តើលំនឹងនេះជាលំនឹងស៊ប់រឺទេ?




**ដំណោះស្រាយ**

តាង $OA = x, OB = y$ ក្នុងតម្រុយភ្ជាប់ជាមួយនឹងរបារ

គ្រាប់ឃ្លី $A$ រកកម្លាំងនិចលភាពចាកផ្ចិត $F_1 = M\omega^2 x$ (1)

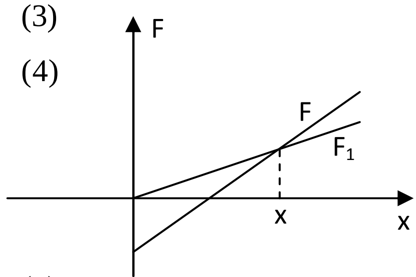
កំលាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ: $F = k\Delta l = k(x+y-l_0)$ (2)

គ្រាប់ឃ្លី $B$ រងកម្លាំងនិចលភាពចាកផ្ចិត $F_2 = m\omega^2 y$ (3)

កម្លាំងយឺតនៃរ៉ឺស័រ: $F = k\Delta l = k(x+y-l_0)$ (4)

ពេលមានលំនឹង: $F_1 = F_2 = F$

ទាញបាន $\frac{x}{y} = \frac{m}{M}$




ជំនួសចូល $(2)$: $F = k\left[x\left(1+\frac{M}{m}\right)-l_0\right] = M\omega^2 x$ (5)

$$\Rightarrow x = \frac{mkl_0}{k(m+M)-mM\omega^2} \Rightarrow y = \frac{Mkl_0}{k(m+M)-mM\omega^2}$$

សិក្សាលក្ខណៈលំនឹងរបស់គ្រាប់ឃ្លី $A$:

លំនឹងរបស់ $A$ អាស្រ័យនឹង $F_1$ និង $F_2$។ យើងសង់បណ្ដាបន្ទាត់ដូចរូបៈ

$$F_1 = M\omega^2 x$$

$$F = k\left(\frac{m+M}{m}\right)x - kl_0$$

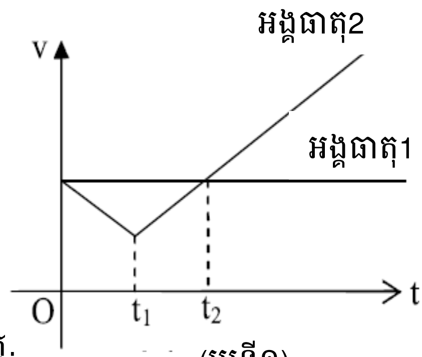
ដោយ $x > 0$ នាំឲ្យ $\omega < \sqrt{\frac{k(m+M)}{mM}}$ (6)

លក្ខខណ្ឌ $(6)$ មានន័យថា មេគុណប្រាប់ទិស $M\omega^2$ របស់បន្ទាត់ $F_1(x)$ តូចជាងមេគុណប្រាប់ទិស $k\left(\frac{m+M}{m}\right)$ របស់បន្ទាត់ $F(x)$។

បន្ទាត់ទាំងពីរកាត់គ្នា ត្រង់ទីតាំងលំនឹង $x$។ បើ $x$ កើន នោះ $F$ កើនឡើងខ្លាំងជា $F_1$ នាំឲ្យទាញ $A$ ទៅរកទីតាំងលំនឹងវិញ។ ដូចនេះ លំនឹងនេះជាលំនឹងស៊ប់។

**លំហាត់ទី៦៧:** (Re.VNPhO 30-4-2008 Grade10-P1)

នៅលើរូបទី១ ជាក្រាបល្បឿនតាមរយៈពេលរបស់អង្គធាតុពីរ, គេឲ្យដឹង $t_1$ និង $t_2$ ។ រករយៈពេលដែលអង្គធាតុទាំងពីរចរបានក្នុងចំងាយចរពីរស្មើគ្នា។



(រូបទី១)

**ដំណោះស្រាយ**

+ សង់រូបទី២
+ បកស្រាយ: ចំងាយចរពីរស្មើគ្នា ពេលក្រឡាផ្ទៃទាំងពីរស្មើគ្ន.

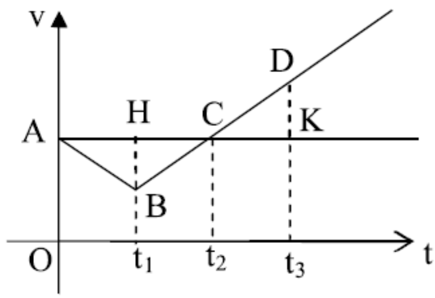
$$S_{ABC} = S_{CDK}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}AC.BH = \frac{1}{2}CK.DK$$

$$\Rightarrow t_2\frac{BH}{DK} = (t_3 - t_2)$$

$$= t_2\frac{HC}{CK} = t_2.\frac{(t_2 - t_1)}{(t_3 - t_2)}$$

$$\Rightarrow t_3 = t_2 + \sqrt{t_2(t_2 - t_1)}$$

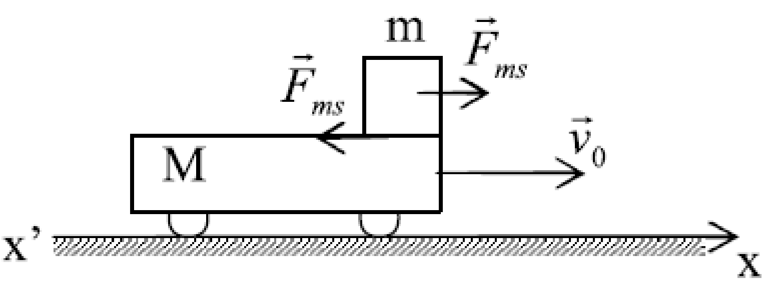


(រូបទី២)

**លំហាត់ទី៦៨:** (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P2)

ទូររថភ្លើងមួយមានម៉ាស $M$ កំពុងផ្លាស់ទីនៅលើផ្លូវដែកដេករាបស្មើ ដោយល្បឿន $v_0 = 2m/s$ ស្រាប់តែមានអង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស $m = \frac{M}{10}$ ធ្លាក់ចុះយ៉ាងស្រាល ចំតែមខាងមុខរបស់ដំបូលទូររថភ្លើង។ ដំបូងមានប្រវែល $l = 5m$ ។ មេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុ និងដំបូលរថភ្លើងគឺ $k = 0,1$ ។ អង្គធាតុតូចនោះអាចនៅស្ងៀមរឺទេ ក្រោយពេលធ្លាក់នៅលើដំបូលរថភ្លើង? បើអាច តើវាស្ថិតនៅកន្លែងណា? យក $g = 10m/s^2$ ។

**ដំណោះស្រាយ**




ជ្រើសយកអ័ក្ស $x'x$ ជាទិសដៅចលនារបស់រថភ្លើង

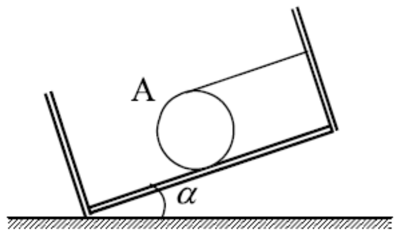
+ កម្លាំងកកិតរវាងអង្គធាតុនិងរថភ្លើងគឺ: $F_{ms} = k.mg$
+ អង្គធាតុរអិលនៅលើដំបូល, សំទុះ $a$ ធៀបនឹងដីគឺ $a = kg = 1m/s^2$
+ រថភ្លើងមានចលនាយឺតស្មើ, សំទុះ $A$ ស្មើនឹង $A = \frac{-F_{ms}}{M} = -0,1m/s^2$
+ ធៀបនឹងដី, អង្គធាតុមានល្បឿន $u = at$ , រថភ្លើងមានល្បឿន $U = v_0 + at$
+ ដល់ខណៈពេល $t_0$ , ល្បឿនទាំងពីរស្មើគ្នា, អង្គធាតុស្ថិតនៅស្ងៀមលើដំបូលរថភ្លើង:

$$at_0 = v_0 + At_0 \Rightarrow t_0 \approx 1,82(s)$$

+ ពេលនេះធៀបនឹងដី, អង្គធាតុចរបាន $S = \frac{a}{2}t_0^2 = 1,65(m)$
+ រថភ្លើងចរបាន $S = v_0t_0 + \frac{A}{2}t_0^2 = 3,47(m)$
+ ធៀបនឹងរថភ្លើង, អង្គធាតុចរបាន $S - s = 1,82(m) < 5(m)$
+ ដូចនេះ អង្គធាតុឈប់ស្ងៀមនៅលើដំបូលរថភ្លើង ហើយឃ្លាតពីគែមខាងមុខ $1,82(m)$ ។

**លំហាត់ទី៦៩**: (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P3)

ស្វ៊ែមួយមានទំងន់ $P$ ត្រូវបានដាក់នៅបាតប្លង់, មិនរលោងរបស់ប្រអប់មួយ។ បាត់ប្រអប់ទ្រេតបានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងទិសដេក។ ស្វ៊ែត្រូវបានរក្សាឲ្យមានលំនឹង ដោយខ្សែមួយស្របនឹងបាតប្រអប់, ចង់ទៅនឹងចុង $A$ របស់អង្កត់ផ្ចិតកែងនឹងបាត។ តើមុំ $\alpha$ អាចមានតម្លៃធំបំផុតស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យស្វ៊ែនៅមានលំនឹង? គណនាកម្លាំងតំនឹងខ្សែចង ជាអនុគមន៍នៃ $P$ ក្នុងករណីនេះ។ ដឹងថាមេគុណកកិតរវាងស្វ៊ែ និងបាតប្រអប់ស្មើនឹង $k = \frac{\sqrt{3}}{6}$ ។




**ដំណោះស្រាយ**

+ លក្ខខណ្ឌលំនឹងរបស់ស្វ៊ែ:

$$\vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F}_{ms} = \vec{0} \qquad (1)$$

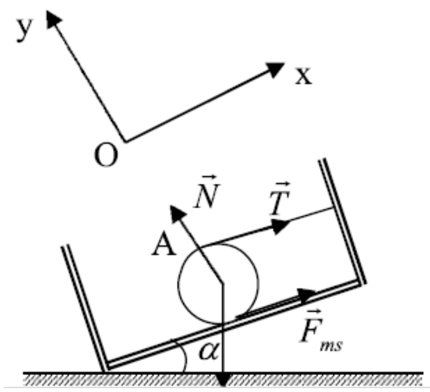
+ អនុវត្តន៍វិធានម៉ូម៉ង់ចំពោះអ័ក្សរង្វិល $A$:

$$P.R\sin\alpha = F_{ms}.2R$$

$$F_{ms} = \frac{P\sin\alpha}{2}$$

តម្លៃរបស់កម្លាំងកកិតផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌ:

$$F_{ms} \le kN \qquad (2)$$



\+ ចំនោល (1) រៀងគ្នាទៅលើអ័ក្ស $Ox$ និង $Oy$ :

$$Ox: T + F_{ms} - P\sin\alpha = 0$$

$$Oy: N - P\cos\alpha = 0$$

$$\Rightarrow T = P\sin\alpha - F_{ms} \qquad (3)$$

$$N = P\cos\alpha \qquad (4)$$

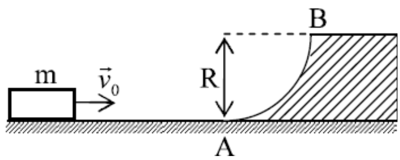
\+ តាម (2) និង (4) យើងបាន:

$$\frac{P\sin\alpha}{2} \le kP\cos\alpha \Leftrightarrow \tan\alpha \le 2k \Leftrightarrow \tan\alpha \le \frac{\sqrt{3}}{3}$$

មុំ $\alpha$ ធំបំផុត: $\alpha_{\max} = 30^0$

\+ តាម (3) ទាញបានតម្លៃរបស់កម្លាំងតំនឹងខ្សែ $T = P(\sin\alpha - k\cos\alpha) = \frac{P}{4}$ ។

**លំហាត់ទី៧០:** (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P4)




នៅលើប្លង់តុដេក មានបន្ទះឈើមួយមានម៉ាស $m$ (រាងចតុកោណកែងកំពស់ $R = 0{,}125m$, ចោះចោល $\frac{1}{4}$ រង្វង់កាំ $R$)។ ដុំឈើនេះដំបូងនៅស្ងៀម។ ដុំដែកមួយមានម៉ាស $m$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0 = 5m/s$ ទៅរុញដុំឈើ។ មិនគិតកកិតនិងកំលាំងទប់នៃខ្យល់។

*a.* គណនាល្បឿនផ្នែកដេក $v_x$ និងផ្នែកឈរ $v_y$ ពេលដុំដែកទៅដល់ចំនុច $B$ ($B$ នៅកំពស់ $R$)។ រកលក្ខខណ្ឌ $v_0$ ដើម្បីឲ្យដុំដែកអាឆ្លងកាត់ $B$ ។ យក $g = 10m/s^2$

*b.* រកកំពស់ដែលដុំដែកទទួលបានពេលឆ្លងកាត់ $B$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

$a$). ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនាតាមទិសដេក:

$$mv_0 = 2mv_x \Rightarrow v_x = \frac{v_0}{2} = 2{,}5m/s$$

\+ ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_x^2 + +mgR$$

$$v_0^2 = 2v_x^2 + v_y^2 + 2gR$$

$$\Rightarrow v_y = \sqrt{\frac{v_0^2}{2} - 2gR} = \sqrt{10}m/s$$

\+ លក្ខខណ្ឌដើម្បីឲ្យដុំដែកអាចឆ្លងកាត់ $B$ : $v_0 > 2\sqrt{gh} = 2{,}24m/s$

\+ តាមបំរាប់ប្រធាននោះលក្ខខណ្ឌខាងលើផ្ទៀងផ្ទាត់។

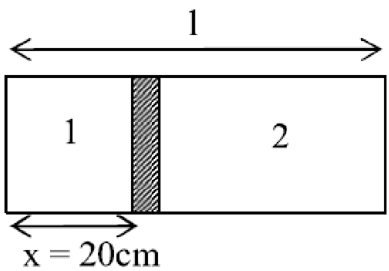
$b$). ក្រោយពេលធ្លាក់ចេញពី $B$ ដុំដែកផ្លាស់ទីតាមគន្លងប៉ារ៉ាបូល, ដែលកំពស់កំពូលគឺ $h$:

$$v_y^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{v_y^2}{2g} = 0,5m$$

កំពស់ធៀបនឹងផ្ទៃដី $H = h + R = 0,625m$.

**លំហាត់ទី៧១:** (Re. VNPhO 30-4-2008 Grade10-P5)

ធុងរាងស៊ីឡាំងមួយមានប្រវែង $l = 0,6cm$, មុខកាត់ទទឹង $0,5cm^2$ ដាក់ដេក, ចែកជាពីរផ្នែក ដោយប្រើពីស្តុងមិនចំលងកំដៅមួយ, កម្រាស់មិនបាច់គិត។ ផ្នែកទីមួយផ្ទុកឧស្ម័ន $He$, ផ្នែកទីពីរផ្ទុកឧស្ម័ន $H_2$ មានម៉ាសដូចគ្នា $m_0$។ រក្សាផ្នែកទីមួយនៅសីតុណ្ហភាព $t_1 = 27^0C$។




$a$) ពេលសំពាធនៅផ្នែកទាំងពីរស្មើគ្នា (រូបទី៤), គណនាសីតុណ្ហភាពនៅផ្នែកទីពីរ។

$b$) រក្សាសីតុណ្ហភាពនៅផ្នែកទីពីរឲ្យថេរ។ ដុតកំដៅនៅផ្នែកទីមួយឲ្យដល់សីតុណ្ហភាព $T_1$ និង $p_1 = 1,5p_2$ ។

គណនា $T_1^{'}$ ដើម្បីឲ្យពីស្តុងផ្លាស់ទីទៅខាងស្តាំបាន $4cm$ ។

$c$) ធ្វើឲ្យធុងវិលទៅរកសភាពដើមវិញ (សំនួរ $a: p_1 = p_2$)។ ដោះពីស្តុងចេញ ដើម្បីឲ្យផ្នែកទាំងពីរឆ្លងកាត់គ្នាបាន យ៉ាងណាឲ្យសីតុណ្ហភាពមិនប្រែប្រួល។ ពេលកើតមានលំនឹង ចូរគណនាសំពាធរបស់ឧស្ម័នជាអនុគមន៍នៃសំពាធដំបូង $p_1, p_2$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

$a$) + នៅផ្នែកទី១: $p_1V_1 = \frac{m_0}{\mu_1}.RT_1$ (1)

\+ នៅផ្នែកទី២: $p_2V_2 = \frac{m_0}{\mu_2}.RT_2$ (2)

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{p_1.V_1}{p_2.V_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.\frac{T_1}{T_2} \quad (3)$$

\+ $p_1 = p_2, V_2 = 2V_1 \Rightarrow T_2 = 300^0 K$

$b$). + ធ្វើដូចខាងលើ:

$$(3) \Leftrightarrow \frac{p_1^{'}.V_1^{'}}{p_2^{'}.V_2^{'}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.\frac{T_1^{'}}{T_2^{'}} \quad (4)$$

\+ $p_1^{'} = 1,5p_2^{'}$

$l_1^{'} = x + 4 = 24cm,\ l_2^{'} = 36cm$

$l_2' = 1,5 l_1' \Rightarrow V_2' = 1,5 V_1'$

+ $(4) \Rightarrow T_1' = 600^0 K$

$c)$. វដ្តអ៊ីសូទែម: អនុវត្តន៍ច្បាប់ Boile-Mariot ចំពោះឧស្ម័នក្នុងផ្នែកនីមួយៗពេលពួកវាមានមាឌនៅផ្នែកទាំងពីរ:

$$p_1 V_1 = p_1'(V_1 + V_2) \Rightarrow p_1' = \frac{V_1 p_1}{V_1 + V_2}$$

$$p_2 V_2 = p_2'(V_1 + V_2) \Rightarrow p_2' = \frac{V_2 p_2}{V_1 + V_2}$$

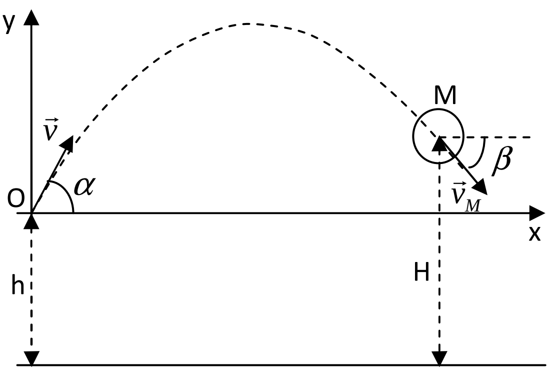
$$p_1 = p_2$$

អនុវត្តន៍ច្បាប់ដាល់តុន:

$$p = p_1' + p_2' = p_1 = p_2$$

**លំហាត់ទី៧២**:(VNPhO 30-4-2009 Grade10-P1)

តើត្រូវចោលបាល់បោះមួយដែលមានកាំ $r$ ពីកំពស់ $h = 2m$ ដោយមុំចោលតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មានដើម្បីឲ្យវាអាចហោះចូលកន្ត្រកពីលើចុះក្រោម ដោយមិនប៉ះគែមកន្ត្រក? គេដឹងថាកន្លែងចោលបាល់ នៅចម្ងាយពីកន្ត្រកប្រវែង $L = 5m$ តាមទិសដេក។ កន្ត្រកត្រូវបានព្យួរនៅកំពស់ $H = 3m$, កាំកន្ត្រក $R = 2r$ ។ មិនគិតកម្លាំងទប់នៃខ្យល់ និងចាត់ទុកថាវិមាត្ររបស់កន្ត្រកគឺតូចណាស់ ធៀបនឹងប្រវែងគន្លងរបស់បាល់បោះ។




**ដំណោះស្រាយ**

តាង $O$ ជាកន្លែងចោលបាល់

$v_0$ ជាល្បឿនចោលបាល់

$\alpha$ ជាមុំចោលបាល់

$M$ ជាទីតាំងកន្ត្រក

$v_M$ ជាល្បឿនពេលទៅដល់កន្ត្រក

$\beta$ ជាមុំបង្កើតដោយទិសដេកនិង $\vec{v}_M$

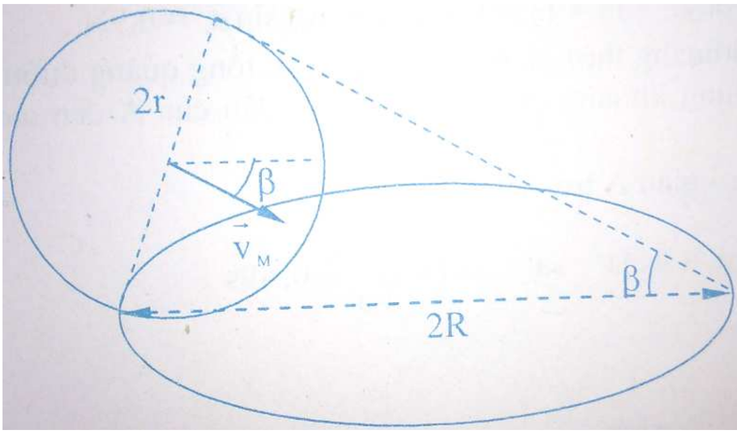
$$v_x = v_0 \cos\alpha = v_M \cos\beta \qquad (1)$$

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv_M^2}{2} + mgH \Leftrightarrow v_M^2 = v_0^2 - 2g(H-h) \qquad (2)$$

តាម $(1) \& (2) \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\cos\beta}{v_0}\sqrt{v_0^2 - 2g(H-h)}$

$\Rightarrow \alpha$ តូចបំផុតពេល $\beta$ តូចបំផុត

ក្នុងបណ្ដាគន្លងពីលើចុះក្រោម អាចធ្វើឲ្យបាល់ហោះចូលកន្ត្រក គឺគន្លងបាល់ដែលទៅជិតគែមកន្ត្រកនឹងមាន $\beta$ តូចបំផុត




យើងមាន: $\sin\beta = \frac{2r}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \beta = 30^0$

នៅកំពស់ $H$ : $v_0 \sin\alpha - gt = -v_M \sin\beta$ (3)

$$(3):(1) \Rightarrow \tan\beta = -\frac{v_0 \sin\alpha - gt}{v_0 \cos\alpha}$$

ម្យ៉ាងទៀត: $y = v_0 \sin\alpha.t - \frac{gt^2}{2}$ (4)

$x = v_0 \cos\alpha.t$ (5)

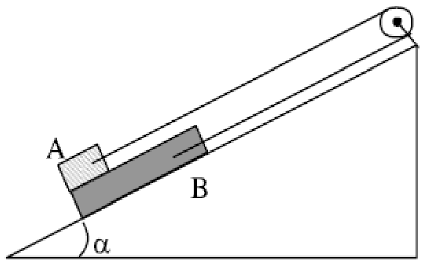
$$(4):(5) \Rightarrow \frac{2y}{x} = \frac{2v_0 \sin\alpha.t - gt^2}{v_0 \cos\alpha.t} = \frac{v_0 \sin\alpha.t}{v_0 \cos\alpha.t} + \frac{v_0 \sin\alpha.t - gt^2}{v_0 \cos\alpha.t} = \tan\alpha - \tan\beta$$

$$\Rightarrow \tan\alpha = \tan\beta + \frac{2y}{x} \approx \tan\beta + \frac{2(H-h)}{L}$$

ជំនួសលេខចូល, យើងបាន $\alpha \approx 44^0$ ។

**លំហាត់ទី៧៣:**(VNPhO 30-4-2009 Grade10-P2)

បន្ទះក្ដារ $B$ មួយប្រវែង $l = 1m$ , ម៉ាស $m_2 = 1kg$ ត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់ទេរ $30^0$ ធៀបនឹងទិសដេក។ អង្គធាតុ $A$ មានម៉ាស $m_1 = 100g$ ដាក់នៅត្រង់ចំនុចទាបបំផុតរបស់ $B$ និងត្រូវបានចងភ្ជាប់នឹង $B$ ដោយខ្សែឆ្មារមួយ មិនយឺតពាក់ទៅលើរ៉កស្រាល, ភ្ជាប់នៅនឹងជាមួយកំពូលប្លង់ទេរ។




គេឲ្យ $g = 10m/s^2$ និងមិនគិតគ្រប់កកិត។ គេលែងបន្ទះក្ដារឲ្យរអិលចុះប្លង់ទេរ។

*a.* រកសំទុះរបស់ $A, B$ ។ គណនាកម្លាំងដែល $B$ មានអំពើលើ $A$, កម្លាំងដែលប្លង់ទេមានអំពើលើ $B$ និងកម្លាំងតំនឹងខ្សែ។

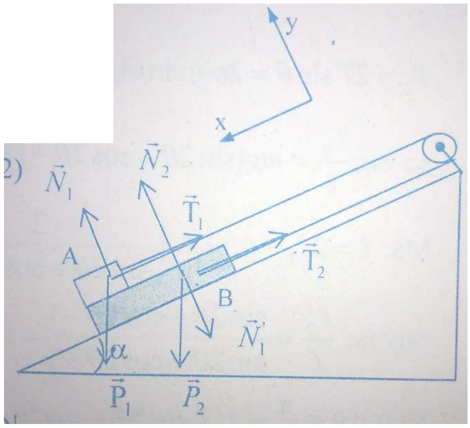
*b.* គណនារយៈពេលដើម្បីឲ្យ $A$ ធ្លាក់ចេញពីបន្ទះក្តារ $B$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

*a.* ជ្រើសយកតម្រុយកូអរដោនេ $Oxy$ ដូចរូប

អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុ $A$ យើងបាន:

+ តាម $Ox$: $P_1\sin\alpha - T = -m_1 a$ (1)




អនុវត្តន៍ច្បាប់ទីពីរញូតុនចំពោះអង្គធាតុ $B$ យើងបាន:

+ តាម $Ox$: $P_2\sin\alpha - T = m_2 a$ (2)

តាម (1) & (2) $\Rightarrow a = \dfrac{(m_2 - m_1)g\sin\alpha}{m_1 + m_2}$

ជំនួសលេខ, យើងបាន $a = 4{,}1m/s^2$

+ នៅលើអ័ក្ស $Oy$ យើងមាន:

$N_1 = m_1 g\cos\alpha = 0{,}87N$

$N_2 = N_1 + m_2 g\cos\alpha = 9{,}53N$

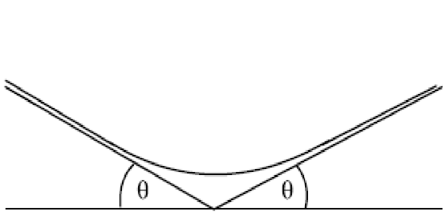
កម្លាំងតំនឹងខ្សែ $T_1 = T_2 = T = m_1 a + m_1 g\sin\alpha = 0{,}9N$

*b.* ក្នុងចន្លោះពេលដែល $A$ រអិលនៅលើ $B$, ចំងាយចរសរុប $A, B$ ធ្វើបាន ស្មើនឹងចំងាយពីទីតាំងដំបូងរបស់ $A$ ទៅដល់គែមខាងលើរបស់ $B$ ហើយស្មើនឹង $1m$

ទាញបាន រយៈពេល $A$ រអិលនៅលើ $B$ គឺ:

$$s = \frac{1}{2}(a_1 + a_2)t^2 = at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{s}{a}} = 0{,}49s$$

**លំហាត់ទី៧៤**: (VNPhO 30-4-2009 Grade10-P3)

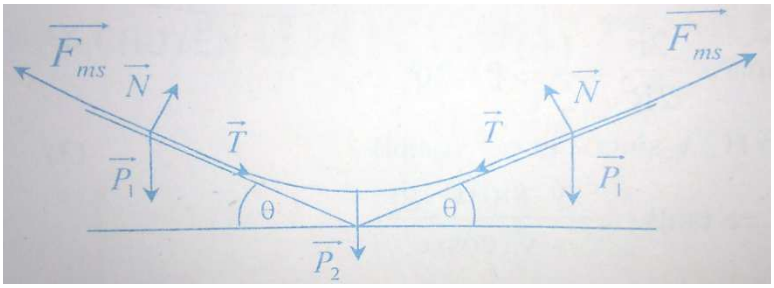



ខ្សែឆ្មារមួយសសៃ, ស្មើសាច់មានម៉ាស $m$ ស្ថិតនៅលើប្លង់ទេរពីរមានមុំទេរធៀបនឹងប្លង់ដេកគឺ $\theta$ ។ មេគុណកកិតរវាងខ្សែ និងប្លង់ទេរទាំងពីរគឺ $\mu = 1$ ។ ប្រព័ន្ធមានលំនឹង ហើយឆ្លុះគ្នាធៀបនឹងប្លង់កាត់តាមកាត់តាមបន្ទាត់ប្រសព្វរបស់ប្លង់ទេរទាំងពីរ។

*a.* តើផ្នែកខ្សែដែលមិនប៉ះនឹងប្លង់ទេរទាំងពីរ អាចមានប្រវែង វែងបំផុតស្មើប៉ុន្មាន? ពេលនោះមុំទេរ $\theta$ នឹងស្មើប៉ុន្មាន?

*b.* តម្លៃរបស់មុំ $\theta$ ធំបំផុតស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យលំហាត់នៅតែមានចម្លើយ?

**ដំណោះស្រាយ**




ដោយប្រព័ន្ធមានលក្ខណៈឆ្លុះ នោះពេលមានលំនឹង ផ្នែកខ្សែដែលស្ថិតនៅលើប្លង់ទេរទាំងពីរនឹងដូចគ្នា។

តាង ប្រវែងផ្នែកខ្សែនីមួយៗស្ថិតនៅលើប្លង់ទេរដោយ $l_1$, ប្រវែងផ្នែកខ្សែដែលនៅសេរី (មិនប៉ះនឹងប្លង់ទេ)ដោយ $l_2$, ប្រវែងរបស់ខ្សែទាំងអស់គឺ $l$ ។

ពិនិត្យមើលបណ្តាកម្លាំងដែលមានអំពើលើផ្នែកខ្សែដែលប៉ះនឹងប្លង់ទេរ។ ដោយខ្សែស្ថិតនៅស្ងៀម មានលំនឹង នោះផលបូកកម្លាំងទាំងអស់ដែលមានអំពើលើខ្សែត្រូវស្មើនឹង $0$ ។

យើងបាន: $$T = F_{ms} - P_1\sin\theta = mg\left(\mu\cos\theta - \sin\theta\right)\frac{l_1}{l}$$

ដូចគ្នាដែរ អនុវត្តន៍លក្ខខណ្ឌលំនឹងចំពោះផ្នែកខ្សែដែលនៅសេរី យើងក៏ទទួលបាន:

$$P_2 = 2T\sin\theta = 2mg\sin\theta\left(\mu\cos\theta - \sin\theta\right)\frac{l_1}{l}$$

$$\Leftrightarrow\; mg\frac{l_2}{l} = mg\left(\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1\right)\frac{l_1}{l} \Leftrightarrow l_2 = l_1(\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1)$$

ដោយ $$l = 2l_1 + l = l_2\left(\frac{2}{\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1} + 1\right)$$

ទាញបាន $$\frac{l_2}{l} = \frac{\sin 2\theta + \cos 2\theta - 1}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1} = 1 - \frac{2}{\sin 2\theta + \cos 2\theta + 1}$$

ដោយ $$0 \le 0 \le \frac{\pi}{4} \Rightarrow 1 \le \sin 2\theta + \cos 2\theta \le \sqrt{2} \quad (*)$$

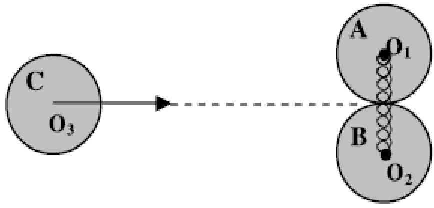
$$\Rightarrow\; 0 \le \frac{l_2}{l} \le 1 - \frac{2}{1+\sqrt{2}} \Rightarrow l_{2\max} = l\left(1 - \frac{2}{1+\sqrt{2}}\right)$$

ពេល $l_2$ មានតម្លៃអតិបរមានោះតាម (*) យើងទាញបានតម្លៃរបស់ $\theta = \frac{\pi}{8}$

ដើម្បីឲ្យលំហាត់មានចម្លើយ គឺត្រូវទាមទារឲ្យ $\frac{l_2}{l} \ge 0 \Rightarrow \theta \le 45^0$

**លំហាត់ទី៧៥:** (VNPhO 30-4-2009 Grade10-P4)

ថាសស្មើសាច់បីដូចគ្នា, មានម៉ាស $m$ និងកាំ $R$ ដូចគ្នា, ត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់ដេក។ ថាស $A$ និង $B$ ដាក់ប៉ះគ្នា។ ថាសនីមួយៗមានគន្លឹះតូចមួយនៅផ្ចិត $O_1$ និង $O_2$ ដើម្បីភ្ជាប់នឹងរ៉ឺស័រស្រាលមួយមានថេរកំរាញ $k$, ប្រវែងដើមស្មើ $2R$ ភ្ជាប់ $O_1$ និង $O_2$។ ថាស $C$ មានផ្ចិត $O_3$ កំពុងមានចលនារំកិលនៅលើបន្ទាត់មេដ្យាទ័ររបស់ $O_1O_2$ ដោយល្បឿន $v$ ទៅទង្គិចខ្ទាតចំថាស $A$ និង $B$។ មិនគិតគ្រប់កកិត។




*a.* រកល្បឿនរបស់ $A$ និង $B$ ក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម។

*b.* គណនាប្រវែង វែងបំផុត $l_{max}$ របស់ផ្ចិត $O_1$ និង $O_2$ ក្រោយពេលទង្គិច។

ដឹងថា $R = 2cm,\ m = 250g,\ k = 1,5N/m,\ v = 80cm/s$ ។

**ដំណោះស្រាយ**

*a.* អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាបរិមាណចលនាចំពោះប្រព័ន្ធទង្គិច:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p} \qquad (1)$$

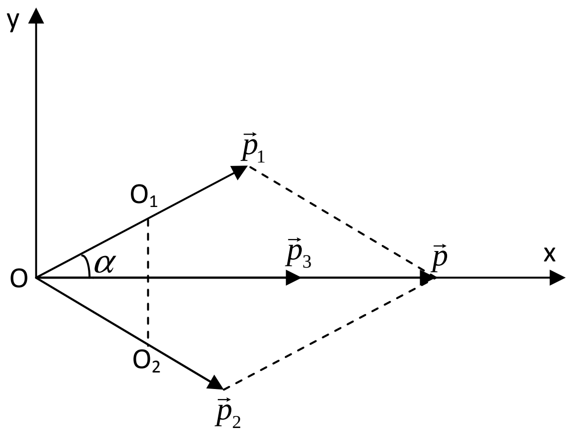
+ តាមរូបបង្ហាញកន្សោមវ៉ិចទ័រ $(1)$, ក្នុងនោះទំហំ:

$$p_1 = p_2 \qquad (2)$$

+ ចំនោល $(1)$ ទៅលើអ័ក្ស $Ox$:

$$2mv_1\cos\alpha + mv_3 = mv$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}v_1 + v_3 = v \qquad (3)$$




អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិច:

$$2.\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Leftrightarrow 2v_1^2 + v_3^2 = v^2 \qquad (4)$$

+ ដោះស្រាយសមីការ $(3)$ & $(4)$:

$$(3) \Leftrightarrow \sqrt{3}v_1 = v - v_3 \qquad (5)$$

$$(4) \Leftrightarrow 2v_1^2 = (v - v_3)(v + v_3) \qquad (6)$$

ចែក $(6)$ ឲ្យ $(5)$, ដោយដឹងថា $v_3 \neq v$, យើងបាន: $\frac{2}{\sqrt{3}}v_1 = v + v_3 \qquad (7)$

បូក $(3)$ និង $(7)$ យើងបាន: $\left(\frac{2}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}\right)v_1 = 2v \Leftrightarrow v_1 = \frac{2\sqrt{3}}{5}v = v_2 \qquad (8)$

b. ក្រោយពេលទង្គិច, $A$ និង $B$ មានចលនាធ្វើឲ្យរ៉ឺស័រយឺត, កំលាំងយឺតរបស់រ៉ឺស័រ ធ្វើឲ្យថយចុះផ្នែកល្បឿនតាមទិស $Oy$, ឯផ្នែកល្បឿនតាមទិស $Ox$ គឺមិនប្រែប្រួល។

អនុវត្តន៍ច្បាប់រក្សាថាមពលមេកានិចឲ្យប្រព័ន្ធ $(A,B)$ ក្រោយពេលទង្គិចគ្នា ដល់ពេលល្បឿនតាមទិស $Oy$ ត្រូវបានបាត់បង់ (ពេលនោះរ៉ឺស័រយឺតបានអតិបរមា)

$$2.\frac{1}{2}mv_{1x}^2+\frac{1}{2}k(\Delta l_{\max})^2=2.\frac{1}{2}mv_1^2 \Leftrightarrow 2m(v_1\cos\alpha)^2+k(\Delta l_{\max})^2=2mv_1^2$$

$$\Leftrightarrow \Delta l_{\max}=v_1\sin\alpha\sqrt{\frac{2m}{k}}=v\sqrt{\frac{6}{25}.\frac{m}{k}} \qquad (9)$$

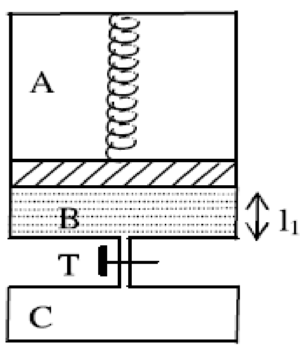
+ ដូចនេះ ប្រវែង វែងបំផុតរបស់ $O_1$ និង $O_2$ ក្រោយពេលទង្គិចគឺ:

$$l_{\max}=2R+v\sqrt{\frac{6}{25}\frac{m}{k}}$$

ជំនួសលេខចូល យើងបាន: $l_{\max}=2R+v\sqrt{\frac{6}{25}\frac{m}{k}}=2.2+80\sqrt{\frac{6}{25}.\frac{0,25}{1,5}}=20cm$

**លំហាត់ទី៧៦:** (VNPhO 30-4-2009 Grade10-P5)

ក្នុងស៊ីឡាំងដូចរូប, ពីស្តុងធ្ងន់អាចផ្លាស់ទីដោយគ្មានកកិត, ព្រមទាំងចែកស៊ីឡាំងជាពីរផ្នែក $A$ និង $B$ ។ ផ្នែកខាងក្រោមស៊ីឡាងភ្ជាប់នឹងធុង $C$ មួយ តាមរយៈបំពង់តូចមួយមានរ៉ូប៊ីនេ $T$ ។ $C$ មានមុខកាត់ដូចគ្នានឹង $B$ ។ ពីស្តុងត្រូវបានភ្ជាប់នឹងគែមខាងលើរបស់ស៊ីឡាំងដោយប្រើរ៉ឺស័រស្រាលមួយ។ ពេលពីស្តុងស្ថិតនៅក្បែរគែមខាងក្រោមរបស់ស៊ីឡាំង គឺរ៉ឺស័រមិនប្តូររូបរាង។ ដំបូង រ៉ូប៊ីនេ $T$ កំពុងបិទ។ ក្នុង $B$ មានផ្ទុកឧស្ម័នមួយ, ក្នុង $A$ និង $C$ ជាសុញ្ញាកាស។ កំពស់របស់ផ្នែក $B$ គឺ $l_1$, មាឌរបស់ផ្នែក $B$ និង $C$ ស្មើគ្នា។ កម្លាំងដែលរ៉ឺស័រមានលើពីស្តុងពេលនោះ មានទំហំស្មើនឹងទំងន់របស់ពីស្តុង។ គេបើករ៉ូប៊ីនេ $T$ ព្រមទាំងក្រឡាប់ប្រព័ន្ធឡើងក្នុងពេលជាមួយគ្នា។ សួរថា តើពេលពីស្តុងមានលំនឹង តើកំពស់ $l_2$ របស់ផ្នែក $B$ ស្មើប៉ុន្មាន? ដឹងថាសីតុណ្ហភាពឧស្ម័នគឺមិនប្រែប្រួល។




**ដំណោះស្រាយ**

តាង $m$ ជាម៉ាសរបស់ពីស្តុង

$K$ ជាថេរកំរាញរ៉ឺស័រ

$S$ ជាមុខកាត់របស់ស៊ីឡាំង

$p_0$ ជាសំពាធរបស់ឧស្ម័នក្នុងផ្នែក $B$ ពេលដំបូង

+ ដំបូង, ពេលពីស្តុងមានលំនឹង:

$$p_0 S = mg + Kl_1$$

តាមបំរាប់ $Kl_1 = mg$ (1)

ទាញបាន $p_0 S = 2Kl_1 \Rightarrow p_0 = \frac{2Kl_1}{S}$ (2)

+ ពេលបើករ៉ូប៊ីនេ $T$ និងក្រឡាប់ប្រព័ន្ធឡើង: $B$ និង $C$ មានសំពាធដូចគ្នាគឺ $p$

អនុវត្តន៍ច្បាប់ Boyle-Mariotte:

$$p_0 l_1 S = p(l_1 + l_2)S$$

ទាញបាន $p = \frac{l_1}{l_1 + l_2} p_0$ (3)

ជំនួស (2) ចូល (3): $p = \frac{2Kl_1^2}{(l_1 + l_2)S}$ (4)

ពេលពីស្តុងមានលំនឹង: $pS + mg = Kl_2$ (5)

ជំនួស (1) និង (4) ចូល (5), យើងបាន: $\frac{2Kl_1^2}{l_1 + l_2} + Kl_1 = Kl_2$

ទាញបាន $\frac{2l_1^2}{l_1 + l_2} + l_1 = l_2$

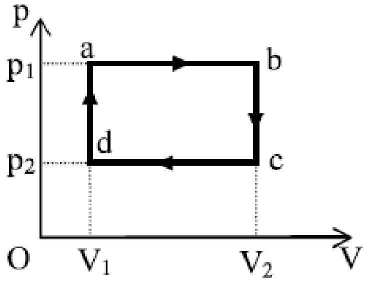
ដូចនេះ $l_2 = l_1\sqrt{3}$

**លំហាត់ទី៧៧**:(VNPhO 30-4-2009 Grade10-P6)

ឧស្ម័នបរិសុទ្ធមួយម៉ូល បម្លែងទ្រង់ទ្រាយតាមដំណើរការ $a-b-c-d-a$ ត្រូវបានបកស្រាយនៅលើរូប។ សីតុណ្ហភាពរបស់ឧស្ម័ននៅទ្រង់ទ្រាយ $a$ និង $c$ គឺស្មើគ្នាហើយស្មើនឹង $T$ ។ ចំនុះកំដៅម៉ូលអ៊ីសូករ និងអ៊ីសូបារ របស់ឧស្ម័នរៀងគ្នាគឺ $C_v = \frac{3}{2}R, C_p = \frac{5}{2}R, R$ ជាថេរឧស្ម័ន។

*a.* ស្រាយបញ្ជាក់ថា $T^2 = T_d \times T_b$, ដែល $T_d$ និង $T_b$ ជាសីតុណ្ហភាពរបស់ឧស្ម័ននៅទ្រង់ទ្រាយ $d$ និង $b$ ។

*b.* គេឲ្យ $T = 300K; T_b = 500K$ ។ គណនាទិន្នផលរបស់ដំណើរការខាងលើ។



## ជំពូកទី I: ស៊ីនេម៉ាទិចនៃចំនុចរូបធាតុ

១. ចំនុចរូបធាតុមួយ ធ្វើចលនាដោយត្រូវបានកំណត់តាមបណ្តាសមីការខាងក្រោម:

$$\begin{cases} x = 2t & (1) \\ y = -4t^2 + 4 & (2) \end{cases}$$ , $x, y$ គិតជាម៉ែត្រ, $t$ គិតជាវិនាទី។

*a.* រកគន្លងចលនារបស់ចំនុចរូបធាតុ។

*b.* រកល្បឿនរបស់ចំនុចរូបធាតុពេល $t = 2s$ ។

**ចំលើយ:** *a.* សមីការគន្លង: $y = -x^2 + 4$

*b.* ល្បឿនរបស់ចំនុចរូបធាតុពេល $t = 2s : v = 16,12(m/s)$ ។

២. ពីចំនុច $O$ ស្ថិតនៅលើផ្ទៃដី មានចំនុចរូបធាតុមួយត្រូវបានចោលឡើងដោយល្បឿនដើម $\vec{v}_0$ បង្កើតជាមួយទិសដេកបានមុំ $\alpha$ មួយ។

*a.* រកសមីការចលនា, សមីការគន្លងរបស់ចំនុចរូបធាតុនោះ

*b.* រកកាំកំនោងរបស់គន្លងត្រង់ $O$ និងត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតរបស់គន្លង។

**ចំលើយ:** *a.* • សមីការចលនា: + តាមអ័ក្សអាប់ស៊ីស $x = v_0 \cos\alpha . t$

+ តាមអ័ក្សអរដោនេ $y = v_0 \sin\alpha . t - \frac{1}{2} g t^2$

• សមីការគន្លង $y = -\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} x^2 + \tan\alpha . x$ ។

*b.* កាំកំនោងរបស់គន្លង + ត្រង់ $O$ គឺ: $R = \frac{v_0^2}{g . \cos\alpha}$

+ ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុត: $R = \frac{v_0^2 \cos^2\alpha}{g}$ ។

៣. នៅខណៈពេលតែមួយ កប៉ាល់ពីរ $A$ និង $B$ ស្ថិតនៅលើខ្សែវ័ណ្ណមួយ។ $A$ ស្ថិតនៅទិសខាងជើងធៀបនឹង $B$ ហើយនៅចំងាយពី $B$ ប្រវែង $d_0$ ។ $A$ រត់ទៅទិសខាងកើតដោយល្បឿនថេរ $v_A$ ; $B$ រត់ទៅទិសខាងជើងដោយល្បឿនថេរ $v_B$ ។ កំនោងរបស់ផ្ទៃដីអាចចោលបាន។

*a.* កំណត់ប្រវែងអប្បបរមារវាង $A$ និង $B$ ។

$b.$ $B$ ត្រូវរត់ទៅតាមទិសដៅណា, ហើយក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានទើបជួបនឹង $A$ ?

**ចំលើយ:** $a.$ ប្រវែងអប្បបរមា: $d_{\min} = d_0\sqrt{\dfrac{v_A^2}{v_A^2 + v_B^2}}$

$b.$ រយៈពេលតាមទាន់: $\Delta t = \dfrac{d_0}{\sqrt{v_B^2 - v_A^2}}$ ។

៤. គេឲ្យសមីការចលនារបស់ចំនុចរូបធាតុមួយ:

$$\begin{cases} x = x_0 + at^2 \\ y = y_0 + bt^2 \\ z = z_0 + ct^2 \end{cases}$$ (ដែល $a, b, c$ ជាបណ្ដាចំនួនថេរ) ។

$a.$ រកសមីការគន្លង និងរាងនៃគន្លងរបស់ចំនុចរូបធាតុ ។

$b.$ គណនាចំងាយចររបស់ចំនុចរូបធាតុដែលចរបាន គិតចាប់ពីខណៈពេលដំបូង ដល់ខណៈពេល $t$ ។

$c.$ កំណត់ល្បឿន និងសំទុះរបស់ចំនុចរូបធាតុនៅខណៈពេល $t$ ។

**ចំលើយ:** $a.$ + សមីការគន្លង: $\dfrac{x - x_0}{a} = \dfrac{y - y_0}{b} = \dfrac{z - z_0}{c}$

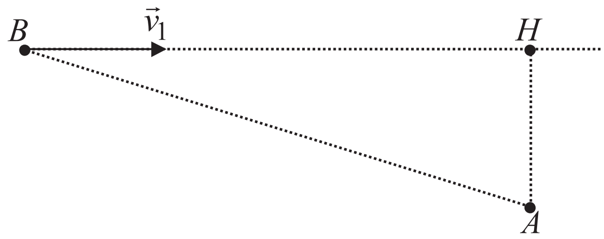
+ គន្លងជាបន្ទាត់កាត់តាមចំនុច $M_0(x_0, y_0, z_0)$ មានវ៉ិចទ័រប្រាប់ទិស $\vec{u}(a,b,c)$ ។

$b.$ ចំងាយចររបស់ចំនុចរូបធាតុដែលចរបាន: $s = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.t^2$

$c.$ + ល្បឿនរបស់ចំនុចរូបធាតុនៅខណៈពេល $t$: $v = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}.t$

+ សំទុះរបស់ចំនុចរូបធាតុនៅខណៈពេល $t$: $a = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ ។

៥. ឡានមួយគ្រឿងកំពុងជិះនៅលើផ្លូវត្រង់មួយដោយល្បឿន $v_1 = 50km/h$ ។ មនុស្សម្នាក់ឈរនៅត្រង់ $A$ ស្ថិតនៅចំងាយពីផ្លូវនោះប្រវែង $AH = h = 100m$ គឺមើលឃើញឡាននោះ ទើបមកដល់ $B$ នៅចំងាយពីខ្លួនគាត់ប្រវែង $AB = l = 500m$ ហើយគាត់ក៏ចាប់ផ្ដើមរត់ទៅកាន់ផ្លូវដើម្បីទៅទទួលឡាន។



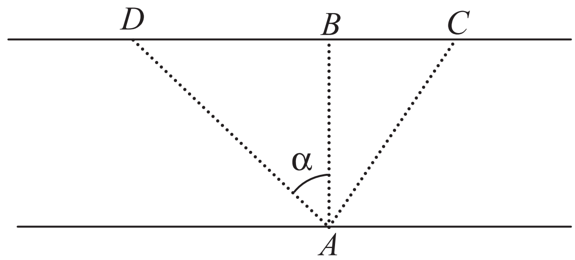

$a.$ តើគាត់ត្រូវរត់តាមទិសដៅណា ដើម្បីអាចជួបឡានបាន, បើគាត់រត់ដោយល្បឿន $v_2 = 20/\sqrt{3}km/h$ ។

$b.$ ចង់ឲ្យជួបនឹងឡាន តើគាត់ត្រូវរត់ទៅកាន់ផ្លូវដោយល្បឿនតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន? តាមទិសដៅណា?

**ចំលើយ:** $a.$ រត់តាមទិសដៅដែលមានមុំ $\alpha = \widehat{BAC} = 60$ រឺ $\alpha = \widehat{BAC} = 120^0$ ។

$b.$ គាត់ត្រូវរត់តាមទិសដៅមាន: $\alpha = \widehat{BAC} = 90^0$, ដោយល្បឿន $v_{min} = 10(km/h)$ ។

៦. មនុស្សម្នាក់ចែវទូកឆ្លងទន្លេពីចំនុច $A$ ។ ល្បឿនរបស់ទឹកធៀបនឹងច្រាំងទន្លេគឺ $v_2$,ល្បឿនរបស់ទូកធៀបនឹងទឹកគឺ $v_1$ ។ បើទិសដៅទូកឆ្ពោះទៅរក $B$ នោះនៅរយៈពេល $t_1 = 10$ នាទីក្រោយមកទើបទូកទៅដល់ $C$ នៅផ្នែកខាងក្រោមនៃទន្លេ នៅចំងាយពី $B$ ប្រវែង $BC = s = 120m$ ។ បើទិសដៅទូកឆ្ពោះទៅរកផ្នែកខាងលើនៃទន្លេ ឃ្លាតបានមុំ $\alpha$ មួយធៀបនឹង $AB$ នោះនៅរយៈពេល $t_2 = 12,5$ នាទីក្រោយមកទើបទូកទៅដល់ $B$ ។



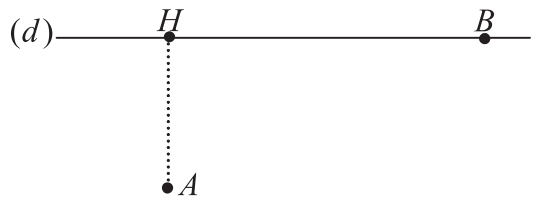

$a.$ គណនាល្បឿន $v_1, v_2$ និងប្រវែងទទឹង $l$ របស់ទន្លេ។

$b.$ កំណត់មុំគំលាត $\alpha$ ។

**ចំលើយ:** $a.$ ល្បឿន $v_1 = 1,2(km/h), v_2 = 0.2(km/h)$ និងប្រវែង $l = AB = 200(m)$ ។

$b.$ មុំគំលាត $\alpha = 36^0 52'$ ។

៧. មនុស្សម្នាក់ឈរនៅត្រង់ចំនុច $A$ នៅលើវាលស្រែ ឃ្លាតពីផ្លូវ $(d)$ ប្រវែង $AH = a = 1km$ ត្រូវការដើរទៅកាន់ចំនុច $B$ នៅលើផ្លូវ, នៅចំងាយពី $H$ ប្រវែង $BH = b = 3km$ ។ ល្បឿនដើរនៅលើវាលស្រែគឺ $v_1 = 3km/h$, ដើរនៅលើផ្លូវគឺ $v_2 = 6km/h$ ។ តើគាត់ ត្រូវដើរតាមគន្លងណាទើបរយៈពេលទៅដល់ $B$ ប្រើអស់តិចបំផុត? រករយៈពេលនោះ ។




**ចំលើយ:** ត្រូវដើរតាមគន្លង $ACB$ ដែល $C$ នៅចន្លោះ $HB$ ហើយ $HC = 0,58km$ ដោយប្រើពេលតិចបំផុត $t = 0,79h$ ។

៨. យន្តហោះមួយ កំពុងហោះហើរពីទីតាំង $A$ ទៅទីតាំង $B$, $AB$ ស្ថិតនៅតាមទិសដៅលិច – កើត ហើយនៅឃ្លាតគ្នាប្រវែង $s = 300km$ ។ កំណត់រយៈពេលហោះហើរ បើ:

$a.$ មិនមានខ្យល់បក់។

$b.$ មានខ្យល់បក់តាមទិសដៅត្បូង – ជើង ។

$c.$ មានខ្យល់បក់តាមទិសដៅលិច – កើត។

គេដឹងថា ល្បឿនរបស់ខ្យល់គឺ $v_1 = 20m/s$ ហើយល្បឿនរបស់យន្តហោះធៀបនឹងខ្យល់គឺ $v_2 = 600km/s$ ។

**ចំលើយ:** $a.\ t = 30mn$ $b.\ 30,2mn$ $c.\ 28,78mn$ ។

៩. វត្ថុមួយមានចលនាស្ទុះស្មើ នៅលើកំណាត់ផ្លូវពីរតគ្នា និងមានប្រវែងស្មើគ្នាគឺ $10m$ រៀងគ្នាក្នុង $5s$ និង $3,5s$ ។ គណនាសំទុះរបស់វត្ថុនោះ។

**ចំលើយ:** $a = 2(m/s^2)$ ។

១០. មនុស្សម្នាក់កំពុងឈរនៅចំណតរថភ្លើងមួយ សំលឹងឃើញរថភ្លើងមួយកំពុងចាប់ផ្តើមចេញដំណើរ, ដោយដឹងថា ទូរទីមួយរត់កាត់មុខគាត់ក្នុងរយៈពេល ៦វិនាទី។ ចាត់ទុកចលនារបស់រថភ្លើង ជាចលនាស្ទុះស្មើ។

តើទូរទី $n$ ឆ្លងកាត់មុខគាត់ក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មាន? អនុវត្តន៍ចំពោះ $n = 7$ ។

**ចំលើយ:** + រយៈពេលទូរទី $n$ ឆ្លងកាត់គឺ: $\Delta t_n = t_1\left(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}\right)$

+ រយៈពេលទូទី $7$ ឆ្លងកាត់គឺ: $\Delta t_7 = 1,177\,(s)$ ។

១១. រថភ្លើងមួយកំពុងផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់យឺតស្មើ ត្រៀមចូលចំណតរថភ្លើង។ អ្នកសង្កេតម្នាក់ ឈរនៅក្បែរផ្លូវរថភ្លើង ឃើញទូរទីមួយរត់កាត់មុខគាត់ក្នុងពេល ៤វិនាទី, ទូរទីពីរឆ្លងកាត់ក្នុងពេល ៥វិនាទី។ ពេលរថភ្លើងឈប់,ក្បាលទូរទីមួយនៅឃ្លាតពីគាត់ចំងាយ $75m$ ។ ចូរកំណត់សំទុះរបស់រថភ្លើង។

**ចំលើយ:** សំទុះរបស់រថភ្លើង: $a = -0,25\,(m/s^2)$ ។

១២. ចំនុចរូបធាតុមួយ ផ្លាស់ទីដោយចលនាត្រង់គ្មានល្បឿនដើម។ ដំបូង ចំនុចរូបធាតុធ្វើចលនាស្ទុះស្មើដោយសំទុះ $a = 0,5m/s^2$, ក្រោយមក ធ្វើចលនាស្មើ រួចចុងក្រោយធ្វើចលនាយឺតស្មើដោយសំទុះមានតំលៃដូចពេលដំបូង រួចក៏ឈប់ស្ងៀម។ រយៈពេលសរុប របស់ចលនាស្មើ $25s$, ល្បឿនមធ្យមក្នុងចន្លោះពេលនោះគឺ $2m/s$ ។

គណនា រយៈពេលដែលចំនុចរូបធាតុធ្វើចលនាត្រង់ស្មើ។

**ចំលើយ:** រយៈពេលដែលចំនុចរូបធាតុធ្វើចលនាត្រង់ស្មើគឺ: $t = 15\,(s)$ ។

១៣. ពីកំពស់ $h = 80m$ តើគេត្រូវចោលវត្ថុមួយតាមទិសឈរត្រង់ដោយល្បឿនដើម $v_0$ ស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យវាធ្លាក់ទៅដល់ដី:

$a.$ មុន ១វិនាទីធៀបនឹងករណីទន្លាក់សេរី

$b.$ ក្រោយ ១វិនាទីធៀបនឹងករណីទន្លាក់សេរី។ យក $g = 10m/s^2$ ។

**ចំលើយ:** $a.$ ត្រូវចោលវត្ថុចុះក្រោយដោយល្បឿន $v_0 = 11,67\,(m/s)$ ។

$b.$ ត្រូវចោលវត្ថុឡើងទៅលើដោយល្បឿន $v_0 = 9\,(m/s)$ ។

១៤. វត្ថុ $A$ ត្រូវបានលែងដោយសេរីពីកំពស់ $(H+h)$ ធៀបនឹងផ្ទៃដី។ ក្នុងពេលតែមួយ វត្ថុ $B$ ត្រូវបានចោលត្រង់ពីផ្ទៃដីឡើងដោយល្បឿនដើម $v_0$ ទិសដៅតំរង់ទៅ $A$ ។

$a.$ កំណត់ $v_0$ ដើម្បីឲ្យវត្ថុទាំងពីរជួបគ្នានៅកំពស់ $h$ ។

$b.$ កំណត់ប្រវែង $x$ រវាងវត្ថុទាំងពីរ មុនពេលជួបគ្នាជាអនុគមន៍នៃរយៈពេល។

$c.$ បើមិនមានវត្ថុទីមួយ តើវត្ថុទីពីរឡើងដល់កំពស់ខ្ពស់បំផុតស្មើប៉ុន្មាន?

អនុវត្តន៍: $H = 20m; h = 10m; g = 10m/s^2$ ។

**ចំលើយ:** $a.$ $v_0 = \dfrac{(h+H)\sqrt{2gH}}{2H}$

$b.$ $x = \dfrac{H+h}{2H}\left(2H - \sqrt{2gH}\right)$

$c.$ $h_{\max} = \dfrac{(h+H)^2}{4H}$, អនុវត្តន៍: $h_{\max} = 11,25\,(m)$ ។

១៥. រថភ្លើងមួយ ផ្លាស់ទីដោយចលនាយឺតស្មើនៅលើកំណាត់ផ្លូវ $s = 800m$ មានរាងជាធ្នូកាំ $R = 800m$ ។ ល្បឿននៅដើមកំណាត់ផ្លូវគឺ $v_0 = 54km/h$ ហើយនៅចុងកំណាត់ផ្លូវគឺ $v = 18km/h$ ។ គណនា:

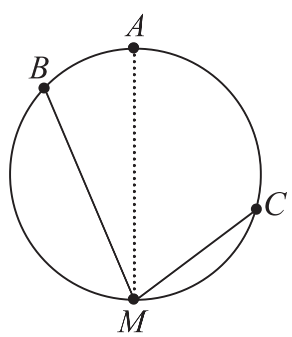
$a.$ សំទុះរបស់រថភ្លើង នៅចំនុចដើម និងចំនុចចុងកំណាត់ផ្លូវ។

$b.$ រយៈពេលចាំបាច់ ដើម្បីឲ្យរថភ្លើងផ្លាស់ទីបានពេញមួយកំណាត់ផ្លូវនោះ។

**ចំលើយ:** $a.$ + នៅចំនុចដើម: $a_1 = 0,31\,(m/s^2)$

+ នៅចំនុចចុង: $a_2 = 0,13\,(m/s^2)$ ។

$b.$ $t = 80\,(s)$ ។




១៦. ពីបីចំនុច $A, B, C$ នៅលើរង្វង់មួយ គេលែងវត្ថុបីក្នុងពេលតែមួយ។ វត្ថុទីមួយធ្លាក់តាមទិសឈរត្រង់ $AM$ ។ វត្ថុទីពីរផ្លាស់ទីនៅលើប្លង់ទេរ $BM$ ,

វត្ថុទីបីផ្លាស់ទីនៅលើប្លង់ទេរ $CM$ ។ តើវត្ថុណា នឹងធ្លាក់ទៅដល់ចំនុច $M$ មុនគេ?

មិនគិតពីកកិត និងកំលាំងទប់នៃខ្យល់។

**ចំលើយ:** វត្ថុទាំងបីទៅដល់ចំនុច $M$ ក្នុងពេលតែមួយ។

១៧. ពីយន្តហោះមួយ កំពុងហោះតាមទិសដៅដេកដោយល្បឿន $720km/h$ គេលែងវត្ថុមួយ។ រកកាំកំណោង របស់គន្លងក្រោយពេលវត្ថុនោះ ផ្លាស់ទីបាន $5s$ ។ មិនគិតពីកំលាំងទប់នៃខ្យល់។

**ចំលើយ:** កាំកំណោងរបស់គន្លង: $R = 4500\,(m)$ ។

១៨. ពីកំពូលប៉មមួយកំពស់ $H = 25m$, គេចោលដុំថ្មមួយតាមទិសដេក ដោយល្បឿនដើម $v_0 = 15m/s$ ។

ចូររក: $a.$ គន្លងរបស់ដុំថ្ម។

$b.$ រយៈពេលផ្លាស់ទីរបស់ដុំថ្ម។

$c.$ ប្រវែងពីជើងប៉មទៅកន្លែងដុំថ្មទង្គិចដី។

$d.$ ល្បឿន, សំទុះផ្ចិតប៉ះ, សំទុះផ្ចិតកែងរបស់ដុំថ្មពេលទង្គិចដី។

$e.$ កាំកំណោងរបស់គន្លង ត្រង់ចំនុចចាប់ផ្តើមចោលនិងចំនុចទង្គិចដី។ មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់,យក $g=10m/s^2$ ។

**ចំលើយ:** $a.$ គន្លងរបស់ដុំថ្ម: $y = \frac{1}{2}.\frac{g}{v_0^2}.x^2$, មានរាងជាមែកប៉ារ៉ាបូល ។

$b.$ $t = 2,24(s)$ , $c.$ $x = 33,54\,(m)$ ។

$d.$ $v_M$=26,93(m/s), $a_{nM}$=5,6(m/s$^2$), $a_t M$=8,3(m/s$^2$) ។

$e.$ ត្រង់ចំនុចចាប់ផ្តើម $R_0 = 22,5(m)$, ត្រង់ចំនុចប៉ះដី $R_M = 129,5(m)$ ។

១៩. គ្រាប់បាញ់មួយ ត្រូវបានបាញ់ពីផ្ទៃដីដោយល្បឿនដើម $v_0 = 200m/s$ ផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ $\alpha = 30^0$ ។ រក:

$a.$ កំពស់អតិបរមា និងចំងាយធ្លាក់ដែលគ្រាប់បាញ់អាចទៅដល់។

$b.$ សំទុះផ្ចិតប៉ះ និងសំទុះផ្ចិតកែងរបស់គ្រាប់បាញ់ ក្រោយពេលបាញ់បាន១វិនាទី។

$c.$ ចំពោះមុំបាញ់ $\alpha$ ស្មើប៉ុន្មានទើបៈ ចំងាយធ្លាក់របស់គ្រាប់មានតំលៃអតិបរមា, កំពស់អតិ និងចំងាយធ្លាក់របស់គ្រាប់ស្មើគ្នា។

**ចំលើយ:** $a.$ កំពស់អតិបរមា: $h_{\max} = 500(m)$, ចំងាយធ្លាក់: $x_{\max} = 3464(m)$ ។

$b.$ សំទុះផ្ចិតប៉ះ $a_t = 4,61(m/s^2)$, សំទុះផ្ចិតកែង $a_n = 8,87(m/s^2)$ ។

$c.$ + ចំងាយធ្លាក់អតិបរមាចំពោះ $\alpha = 45^0$

+ កំពស់អតិ និងចំងាយធ្លាក់ស្មើគ្នាពេល $\alpha = 76^0$ ។

២០. គ្រាប់បាញ់ពីរ ត្រូវបានបាញ់ឡើងរៀងគ្នាដោយកាំភ្លើងធំ ក្នុងល្បឿន $v_0 = 250m/s$ ។ គ្រាប់ទីមួយបាញ់ក្រោមមុំ $\alpha_1 = 60^0$, គ្រាប់ទីពីរបាញ់ក្រោមមុំ $\alpha_2 = 45^0$ (ស្ថិតក្នុងប្លង់ឈរតែមួយ)។ មិនគិតពីកំលាំងទប់នៃខ្យល់, និងយក $g = 10m/s^2$ ។ ចូរកំណត់ចន្លោះពេលរវាងការបាញ់ទាំងពីរលើក ដើម្បីឲ្យគ្រាប់ទាំងពីរជួបគ្នា។

**ចំលើយ:** ចន្លោះពេល $\Delta t = 10,7\,(s)$ ។

## ជំពូកទី II: ឌីណាមិចនៃចំនុចរូបធាតុ

១. គេភ្ជាប់ទៅនឹងចុងតុមួយ នូវរ៉កដែលមានម៉ាសមិនគិត។ វត្ថុពីរ $A$ និង $B$ មានម៉ាសរៀងគ្នា $m_A = 200g$ និង $m_B = 300g$ ត្រូវបានភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែមួយពាក់ទៅលើរ៉ក។ កកិតរវាងវត្ថុ $A$ និងប្លង់តុមាន $k = 0,25$ ។ យក $g = 10m/s^2$ ។

$a.$ កំណត់សំទុះចលនារបស់ប្រព័ន្ធវត្ថុ។

$b.$ គណនាកំលាំងតំនឹងខ្សែ និងកំលាំងសង្កត់នៅលើអ័ក្សរបស់រ៉ក។ មិនគិតពីម៉ាសខ្សែ និងកកិតនៅត្រង់រ៉ក។

$c.$ បើផ្លាស់ប្តូរទីតាំងវត្ថុ $A$ និង $B$ ឲ្យគ្នាទៅវិញទៅមក នោះតើកំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែនឹងស្មើប៉ុន្មាន? ចាត់ទុកមេគុណកកិតរវាងវត្ថុ និងតុនៅតែដូចពីមុន។

**ចំលើយ:** $a.$ សំទុះចលនារបស់ប្រព័ន្ធវត្ថុ: $a = 5\,(m/s^2)$ ។

$b.$ កំលាំងតំនឹងខ្សែ $T = 1,5(N)$, កំលាំងសង្កត់នៅលើអ័ក្សរ៉ក $Q = 1,5\sqrt{2}\,(N)$ ។

$c.$ កំលាំងតំនឹងខ្សែនៅមានតំលៃដដែល។

២. វត្ថុមួយដាក់នៅលើជំរាលប្រវែង $165m$, មុំទេររបស់ជំរាលគឺ $\alpha$, មេគុណកកិតរវាងវត្ថុនិងប្លង់ជំរាលគឺ $k = 0,2$ ។ យក $g = 10m/s^2$ ។

$a.$ ចំពោះតំលៃណារបស់ $\alpha$ ទើបវត្ថុនឹងស្ថិតនៅស្ងៀមដោយមិនរអិល។

$b.$ គេឲ្យ $\alpha = 30^0$ ។ ចូររករយៈពេលដែលវត្ថុរអិលចុះអស់ប្រវែងជំរាល និងល្បឿនរបស់វត្ថុនៅត្រង់ជើងជំរាល។

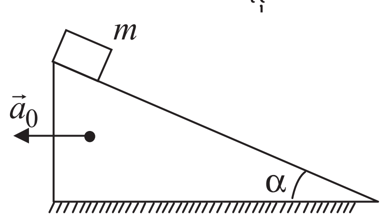
**ចំលើយ:** a. $\alpha \le 11^0$ ។

b. $t = 10,16(s)$ និង $v = 32,5(m/s)$ ។

៣. ចំនុចរូបធាតុមួយ មានម៉ាស $m$ ត្រូវបានចោលឡើងពីចំនុច $O$ នៅលើផ្ទៃដី, ដោយល្បឿនដើម $v_0$ តាមទិសទេរបានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ កំណត់ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច របស់ចំនុចរូបធាតុធៀបនឹងចំនុច $O$, នៅខណៈពេលដែលចំនុចរូបធាតុមានកំពស់អតិបរមា។ (អនុវត្តន៍ចំពោះ $m = 100g; \alpha = 30^0; v_0 = 25m/s$) ។

**ចំលើយ:** ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច $L = \dfrac{m.v_0^3.\sin^2\alpha.\cos\alpha}{2g}$, ជំនួសលេខចូល: $L = 28,18(kgm^2/s)$ ។

៤. វត្ថុមួយមានម៉ាស $m$ ឈប់ស្ងៀមនៅត្រង់កំពូលរបស់ស្នៀតមួយដោយសារកកិត។ រករយៈពេលដែលវត្ថុរអិលនៅលើស្នៀត ពេលគេឲ្យស្នៀតធ្វើចលនាស្ទុះស្មើទៅខាងឆ្វេងដោយសំទុះ $a_0$ ។ មេគុណកកិតរវាងប្លង់ស្នៀត និងវត្ថុ $m$ គឺ $k$, ប្រវែងប្លង់ស្នៀតគឺ $l$, មុំទេរគឺ $\alpha$ ហើយសំទុះ $a_0 < g.cotg(\alpha)$ ។




**ចំលើយ:** រយៈពេលរអិល $t = \sqrt{\dfrac{2l}{g(\sin\alpha - k\cos\alpha) + a_0(\cos\alpha + k\sin\alpha)}}$ ។

៥. មនុស្សម្នាក់បំលាស់ទីកូនរទេះមួយដោយល្បឿនថេរ។ ដំបូងគាត់ទាញកូនរទេះពីខាងមុខ, ក្រោយមកគាត់រុញកូនរទេះពីខាងក្រោយ។ ក្នុងករណីទាំងពីរ, ដៃរទេះផ្គុំជាមួយប្លង់ដេកបានមុំ $\alpha$ ។ តើក្នុងករណីណា ដែលគាត់ត្រូវមានអំពើទៅលើរទេះដោយកំលាំងខ្លាំងជាង? បើដឹងថាទំងន់របស់រទេះគឺ $P$, មេគុណកកិតរវាងកង់រទេះនឹងប្លង់ផ្លូវគឺ $k$ ។

**ចំលើយ:** ករណីរុញពីខាងក្រោយ ត្រូវប្រើកំលាំងខ្លាំងជាង។

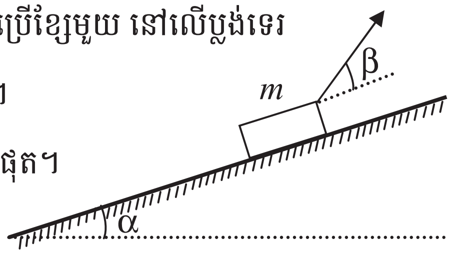
៦. ច្រវាក់មួយមានប្រវែង $l = 1m$ ត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់តុ យ៉ាងណាឲ្យផ្នែកមួយរបស់វាធ្លាក់សំយុងចុះដីមានប្រវែង $l'$, គេដឹងថា មេគុណកកិតរវាងច្រវាក់និងតុគឺ $k = 1/3$ ។ រកប្រវែង $l'$ ដើម្បីឲ្យខ្សែច្រវាក់ចាប់ផ្តើមរអិលនៅលើតុ។

**ចំលើយ:** ប្រវែង $l' = 0,25(m)$ ។

៧. ឡានដឹកជញ្ជូនមួយផ្លាស់ទីនៅលើផ្លូវដេកមួយ ដោយល្បឿនមិនប្រែប្រួល។ ក្រោយមក ឡានឡើងជំរាល, ទេរបានមុំ $\alpha = 15^0$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ ចង់ឲ្យឡាននៅតែធ្វើចលនាស្មើដោយល្បឿនដូចពីមុន តើកំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រត្រូវធំជាងប៉ុន្មានដង ធៀបនឹងពេលជិះនៅលើផ្លូវដេក។ កកិតក្នុងករណីទាំងពីរសុទ្ធតែមាន $k = 0,05$ ។

**ចំលើយ:** កំលាំងទាញរបស់ម៉ូទ័រត្រូវធំជាង 6,1 ដង ។

៨. វត្ថុមួយមានម៉ាស $m$ ត្រូវបានទាញដោយល្បឿនមិនប្រែប្រួល ដោយប្រើខ្សែមួយ នៅលើប្លង់ទេរ មានមុំទេរ $\alpha$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ មេគុណកកិតរវាងវត្ថុនិងប្លង់ទេរស្មើ $k$ ។ កំណត់មុំ $\beta$ រវាងខ្សែនិងប្លង់ទេរ ដើម្បីឲ្យកំលាំងតំនឹងខ្សែមានតំលៃតូចបំផុត។ គណនាតំលៃ កំលាំងតំនឹងខ្សែនោះ ។




**ចំលើយ:** + មុំ $\beta=\arctan k$ , + តំលៃកំលាំងតំនឹងខ្សែ $T_{min}=\dfrac{mg(\sin\alpha+k\cos\alpha)}{\sqrt{1+k^2}}$ ។

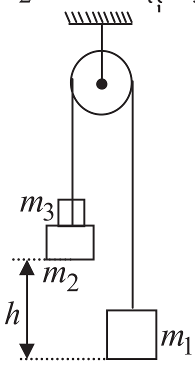
៩. វត្ថុពីរមានម៉ាស $m_1=300g; m_2=480g$ ត្រូវបានចងទៅនឹងចុងទាំងពីររបស់ខ្សែមួយពាក់ទៅលើរ៉កមួយមិនគិតម៉ាស។ ដំបូង, គេទុកឲ្យវត្ថុ $m_1$ នៅក្រោមវត្ថុ $m_2$ ប្រវែង $h=2m$ ហើយនៅលើវត្ថុ $m_2$ មានដាក់វត្ថុ $m_3=200g$ , ក្រោយមកលែងឲ្យប្រព័ន្ធមានចលនា។ កំណត់:

*a.* សំទុះរបស់បណ្តាវត្ថុ និងកំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែ។

*b.* តើរយៈពេលប៉ុន្មានក្រោយមកទើបវត្ថុ $m_1$ និង $m_2$ នៅកំពស់ស្មើគ្នា។

*c.* កំលាំងរបស់វត្ថុ $m_3$ ដែលមានអំពើទៅលើវត្ថុ $m_2$ ពេលប្រព័ន្ធមានចលនា។

មិនគិតពីម៉ាសខ្សែ និងកកិតនៅអ័ក្សរបស់រ៉ក។




**ចំលើយ:** *a.* + សំទុះបណ្តាវត្ថុ $a=3,8(m/s^2)$ , + តំនឹងខ្សែ $T=4,08(N)$ ។

*b.* រយៈពេល $t=0,73(s)$ ។

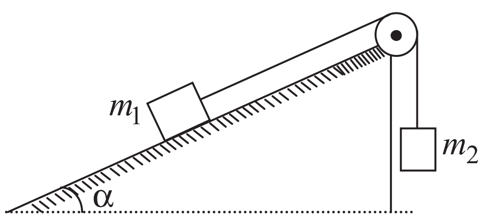
*c.* កំលាំងរបស់ $m_3$ មានទៅលើ $m_2$ គឺ $F_{32}=1,2(N)$ ។

១០. មានវត្ថុពីរ មានម៉ាស $m_1, m_2$ តភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែមួយពាក់ទៅលើរ៉ក នៅត្រង់កំពូលរបស់ប្លង់ទេរមួយបង្កើតជាមួយប្លង់ដេកបានមុំ $\alpha$ ។ វត្ថុ $m_1$ ស្ថិតនៅលើលើប្លង់ទេរ។ មេគុណកកិតរវាង $m_1$ និងប្លង់ទេរគឺ $k$ ។ ឧបមាថា ដំបូងវត្ថុទាំងពីរនៅស្ងៀម។

*a.* ចំពោះលក្ខខណ្ឌណានៃផលធៀបបណ្តាម៉ាស $(m_2/m_1)$ ទើបធ្វើឲ្យវត្ថុ $m_2$ ផ្លាស់ទីចុះក្រោម, ផ្លាស់ទីទៅលើ, នៅស្ងៀម។

*b.* កំណត់សំទុះរបស់ប្រព័ន្ធវត្ថុក្នុងករណីទាំងពីរខាងដើម។

មិនគិតម៉ាសរ៉ក និងខ្សែ, កកិតនៅត្រង់រ៉កមិនគិត។

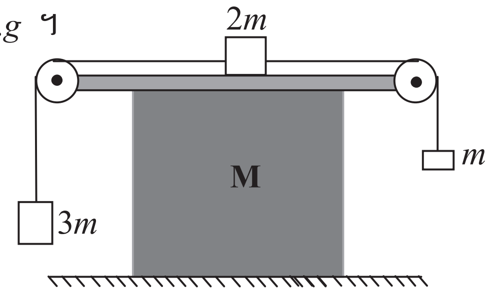



**ចំលើយ:** *a.* លក្ខខណ្ឌ: + $\dfrac{m_2}{m_1}>\sin\alpha+k\cos\alpha$ ធ្វើឲ្យ $m_2$ ផ្លាស់ទីចុះក្រោម។

$+\ \dfrac{m_2}{m_1} < \sin\alpha - k\cos\alpha$ ធ្វើឲ្យ $m_2$ ផ្លាស់ទីឡើងលើ។

$b.$ ករណីទី១ : $a = \dfrac{m_2 - m_1(\sin\alpha + k\cos\alpha)}{m_1 + m_2}.g$

ករណីទី២ : $a = \dfrac{m_1(\sin\alpha - k\cos\alpha)}{m_1 + m_2}.g$ ។

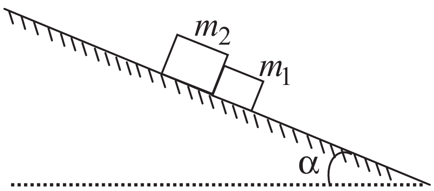



១១. នៅលើតុមួយដែលមានម៉ាស $M$ , គេដាក់ប្រព័ន្ធមួយ រួមមានវត្ថុបីមានម៉ាសៈ $m, 2m, 3m$ ត្រូវបានភ្ជាប់គ្នាដោយ បណ្តាខ្សែដូចរូប។ មេគុណកកិតរវាងវត្ថុ $2m$ និងតុគឺ $k = 0,1$ ។

តើមេគុណកកិត រវាងតុនិងប្លង់កំរាលត្រូវមានតំលៃស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យតុនៅស្ងៀមពេលប្រព័ន្ធវត្ថុមានចលនា។ មិនគិតពីម៉ាសខ្សែ និងរ៉ក, កកិតនៅត្រង់បណ្តារ៉កអាចចោលបាន។

**ចំលើយ:** មេគុណកកិត: $k_{\min} = \dfrac{0,6m}{M + 5,4m}$ ។

១២. នៅលើប្លង់ទេរ ផ្តុំជាមួយប្លង់ដេកបានមុំ $\alpha = 30^0$ មានដាក់អង្គធាតុពីរប៉ះគ្នាមានម៉ាសរៀងគ្នាគឺ $m_1 = 1kg$, និង $m_2 = 2kg$ ។ មេគុណកកិតរវាងបណ្តាអង្គធាតុ និងប្លង់ទេររៀងគ្នាគឺ $k_1 = 0,25$ និង $k_2 = 0,1$ ។



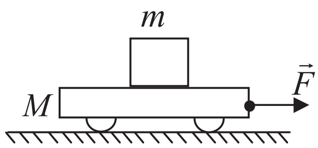

$a.$ កំណត់កំលាំងអន្តរកម្មរវាងអង្គធាតុទាំងពីរ ពេលមានចលនា។

$b.$ មុំទេរ $\alpha$ ត្រូវមានតំលៃតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មានដើម្បីឲ្យបណ្តាអង្គធាតុអាចរអិលចុះបាន។

**ចំលើយ:** $a.$ កំលាំងអន្តរកម្ម $F_{12} = F_{21} = \dfrac{(k_1 - k_2)m_1 m_2\cos\alpha}{m_1 + m_2} = 0,9\,(N)$

$b.$ មុំទេរ $\alpha_{\min} = 8^0 30'$ ។

១៣. រទេះមួយមានម៉ាស $M = 20kg$ អាចផ្លាស់ទីដោយគ្មានកកិតនៅលើប្លង់ដេក។ នៅលើរទេះ មានដាក់ដុំថ្មមាន ម៉ាស $m = 5kg$ ។ មេគុណកកិតរវាងដុំថ្ម និងរទេះគឺ $k = 0,2$ ។ គេមានអំពើទៅលើរទេះដោយកំលាំង $\vec{F}$ មានទិសដេក និងទិសដៅ តាមបណ្តោយរទេះដូចរូប។ សួរថា:




$a.$ បើចង់ឲ្យដុំថ្មមិនរអិលចេញពីរទេះ ពេលរទេះផ្លាស់ទី តើកំលាំង $F$ អាចមានតំលៃធំបំផុតស្មើប៉ុន្មាន?

$b$. បើកំលាំង $F=60N$ , ដុំថ្ម និងរទេះនឹងផ្លាស់ទីដូចម្តេច? កំណត់សំទុះរបស់ដុំថ្ម និងរទេះធៀបនឹងផ្ទៃដី។

**ចំលើយ:** $a$. កំលាំង $F_{max}=49(N)$ ។

$b$. សំទុះដុំថ្ម $a_1=1,96(m/s^2)$ ,សំទុះរទេះ $a_2=2,51(m/s^2)$ ។

១៤. គ្រាប់បាញ់មួយមានម៉ាស $10g$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0=200m/s$ ទំលុះចូលផ្ទាំងឈើមួយ និងរុលចូលជ្រៅបានប្រវែង $l$ ។ ដឹងថារយៈពេលផ្លាស់ទីរបស់គ្រាប់បាញ់ក្នុងផ្ទាំងឈើនោះគឺ $\Delta t=4.10^{-4}s$ ។ កំណត់កំលាំងទប់ជាមធ្យមរបស់ឈើ និងកំរិតទំលុះ $l$ របស់គ្រាប់បាញ់។

**ចំលើយ:** កំលាំងទប់ជាមធ្យម $\Delta F=-500(N)$ , កំរិតទំលុះ $l=4(cm)$ ។

១៥. ម៉ូលេគុលឧស្ម័នមួយមានម៉ាស $m=4,65.10^{-23}g$ ផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v=160m/s$ ទៅទង្គិចខ្ទាតនឹងផុងមួយក្រោមមុំទេរ $\alpha=60^0$ ធៀបនឹងខ្សែកែងរបស់ផុង។ គណនា អាំពុលស្យុងនៃកំលាំងទង្គិចរបស់ម៉ូលេគុលឧស្ម័នទៅលើផុងនោះ។

**ចំលើយ:** អាំពុលស្យុង: $F.\Delta t=7,44.10^{-24}(Ns)$ ។

១៦. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m=1kg$ ផ្លាស់ទីត្រង់នៅលើប្លង់ដេកតាមទិស $x$, ដោយល្បឿនដើម $v_0=10m/s$ និងរងកំលាំងទប់ $F_c=-rv$, ដែល $r=1kg/s$ ជាមេគុណទប់ហើយ $v$ ជាល្បឿនផ្លាស់ទីរបស់អង្គធាតុ។

$a$. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ល្បឿនរបស់អង្គធាតុថយចុះស្មើ តាមអនុគមន៍ដឺក្រេទីមួយនៃចំងាយចរ។

$b$. គណនាចំងាយចរ ដែលអង្គធាតុចរបានរហូតដល់ពេលឈប់។

**ចំលើយ:** $a$. $v=v_0-\dfrac{r}{m}x$ , $b$. $s=\dfrac{m}{r}v_0=10(m)$

១៧. គ្រាប់បាញ់មួយមានម៉ាស $m=10g$ ហោះតាមទិសដេកក្នុងលំហដោយល្បឿនដើម $v_0=500m/s$ ។ គេដឹងថាកំលាំងទប់នៃខ្យល់សមាមាត្រ ហើយមានទិសដៅផ្ទុយនឹងល្បឿន $\vec{v}$ របស់គ្រាប់បាញ់: $F_c=-rv$ ដែល $r=3,5.10^{-3}kg/s$ ជាមេគុណទប់របស់ខ្យល់។ មិនគិតពីឥទ្ធពលកំលាំងទំនាញដី។ ចូរកំណត់:

$a$. ចន្លោះពេល $\tau$ ដើម្បីឲ្យ ល្បឿនរបស់គ្រាប់បាញ់ស្មើនឹងពាក់កណ្តាលល្បឿនដើម $v_0$ ។

$b$. ចំងាយចររបស់គ្រាប់បាញ់ ដែលហោះបានតាមទិសដេកក្នុងចន្លោះពេល $\tau$ ខាងលើ។

**ចំលើយ:** $a$. ចន្លោះពេល $\tau=1,98(s)$

*b*. ចំងាយចររបស់គ្រាប់បាញ់ $x=\dfrac{mv_0}{r}\left(1-e^{-\frac{r}{m}.t}\right)=714(m)$ ។

១៨. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m$ ធ្វើចលនាពីក្រោមឡើងតាមទិសឈរត្រង់ $Ox$ ដោយល្បឿនដើម $v_0$ ។ ដឹងថាកំលាំងទប់របស់ខ្យល់សមាមាត្រនឹងការេនៃល្បឿនៈ $F=-rv^2$ ($r$ ជាមេគុណសមាមាត្រ)។ គណនាកំពស់អតិបរមា ដែលអង្គធាតុអាចឡើងបាន និងរយៈពេលដែលអង្គធាតុឡើងទៅដល់កំពស់អតិបរមានោះ។

**ចំលើយ:** កំពស់អតិបរមា $h_{\max}=\dfrac{m}{2r}\ln\left(1+\dfrac{rv_0^2}{mg}\right)$, រយៈពេល $\tau=\sqrt{\dfrac{m}{rg}}\arctan\left(v_0\sqrt{\dfrac{r}{mg}}\right)$ ។

១៩. ចំនុចរូបធាតុមួយ មានម៉ាស $m$ ត្រូវបានចោលឡើងពីចំនុច $O$ មួយនៅលើផ្ទៃដីដោយល្បឿនដើម $v_0$ តាមទិសទេរបានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់។ ចូរកំណត់ត្រង់ខណៈពេល $t$ មួយ ធៀបនឹងចំនុច $O$ :

*a*. ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងក្រៅដែលមានអំពើលើចំនុចរូបធាតុ។

*b*. ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ចំនុចរូបធាតុ។

**ចំលើយ:** *a*. ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងក្រៅ: $M=mg(v_0\cos\alpha).t$

*b*. ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច: $L=\dfrac{1}{2}mg(v_0\cos\alpha).t^2$ ។

២០. នៅលើពិដានរបស់ជណ្ដើរយន្តមួយ ដែលកំពុងផ្លាស់ទីឡើងទៅលើដោយសំទុះ $a_0=1,2m/s^2$ មានភ្ជាប់ឌីណាម៉ូម៉ែត្រមួយ។ ចុងខាងក្រោមរបស់ឌីណាម៉ូម៉ែត្រមានព្យួររ៉កមួយ, គេពាក់នៅលើរ៉កនោះដោយខ្សែមួយ ហើយចុងទាំងពីររបស់ខ្សែមានព្យួរអង្គធាតុពីរ មានម៉ាសរៀងគ្នាគឺ $m_1=200g, m_2=300g$ ។ មិនគិតពីម៉ាស និងកកិតនៅត្រង់រ៉ក, ខ្សែមិនយឺត និងមានម៉ាសអាចចោលបាន។ កំណត់:

*a*. សំទុះរបស់អង្គធាតុ $m_1$ ធៀបនឹងដី និងធៀបនឹងជណ្ដើរយន្ត។

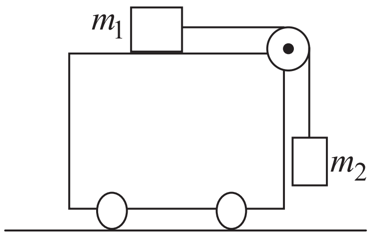
*b*. កំណត់ចង្អុលនៅលើឌីណាម៉ូម៉ែត្រ។

**ចំលើយ:** *a*. សំទុះរបស់អង្គធាតុ $m_1$ : + ធៀបនឹងដីគឺ: $a_1=3,4(m/s^2)$

+ ធៀបនឹងជណ្ដើរយន្តគឺ: $a_2=2,3(m/s^2)$ ។

*b*. កំណត់ចង្អុល $F=5,28(N)$ ។

២១. គេឲ្យប្រព័ន្ធអង្គធាតុដូចរូបខាងស្តាំ។ តើគេត្រូវផ្លាស់ទីរទេះ តាមទិសដេក ដោយសំទុះតូចបំផុតស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យបណ្តាអង្គធាតុ $m_1$ និង $m_2$ មិនផ្លាស់ទីធៀបនឹងរទេះ។ គេឲ្យម៉ាសរបស់អង្គធាតុ $m_1 = 300g,\ m_2 = 500g$ មេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុ $m_1, m_2$ និងរទេះគឺ $k = 0,2$ ។ មិនគិតម៉ាសរ៉ក និងខ្សែចង,កកិតនៅត្រង់រ៉ក អាចចោលបាន។




**ចំលើយ:** សំទុះដែលត្រូវការគឺ: $a_{\min} = 10,78(m/s^2)$ (ផ្លាស់ទីរទេះទៅខាងស្តាំ) ។

២២. តើរថភ្លើង ត្រូវមានល្បឿនស្មើប៉ុន្មានពេលឆ្លងកាត់កំណាត់ផ្លូវកោង មានកាំ $R = 98m$ ដើម្បីឲ្យខ្សែព្យួរស្វ៊ែដែលចងទៅនឹងពិដានរបស់ទូររថភ្លើង ឃ្លាតបានមុំ $\alpha = 45^0$ ធៀបនឹងទិសឈរ។ កំណត់កំលាំងតំនឹងខ្សែ, ដោយដឹងថាម៉ាសស្វ៊ែគឺ $m = 500g$ ។ យក $g = 9,8m/s^2$ ។

**ចំលើយ:** ល្បឿនរបស់រថភ្លើង: $v = \sqrt{Rg\tan\alpha} = 31m/s$ , កំលាំងតំនឹងខ្សែ $T = 6,93(N)$ ។

២៣. អង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស $m = 1kg$ ត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់ថាសដេកមួយ ហើយឃ្លាតពីអ័ក្សរង្វិលរបស់ថាសប្រវែង $r = 0,5m$ ។ មេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុ និងថាសស្មើ $k = 0,25$ ។ សួរថា:

*a.* កំលាំងកកិត ត្រូវមានតំលៃស្មើប៉ុន្មានដើម្បីឲ្យអង្គធាតុរក្សាបាននៅលើថាស, បើថាសវិលដោយល្បឿន $n = 12$ ជុំ/វិនាទី ។

*b.* ចំពោះល្បឿនមុំណារបស់ថាស ទើបអង្គធាតុចាប់ផ្តើមរអិលចេញពីថាស។

**ចំលើយ:** *a.* កំលាំងកកិត $F_s = 0,79(N)$ *b.* ល្បឿនមុំ $\omega = 2,2(rad/s)$ ។

២៤. យន្តហោះមួយ ធ្វើការហោះហើរវិលត្រឡប់ជាច្រើនជុំរង្វង់ មានកាំ $400m$ ក្នុងប្លង់ឈរដោយល្បឿន $540km/h$ ។

*a.* កំណត់កំលាំងសង្កត់របស់អ្នកបើកបរទៅលើកៅអីយន្តហោះ នៅចំនុចខ្ពស់បំផុត និងទាបបំផុតរបស់ការហោះហើរវិលជុំវិញដូចខាងលើ, បើម៉ាសរបស់អ្នកបើកបរស្មើ $60kg$ ។

*b.* បើចង់ឲ្យគាត់បើកបរក្នុងសភាពគ្មានទំងន់ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតនៃការហោះហើរ, តើល្បឿនរបស់យន្តហោះត្រូវស្មើប៉ុន្មានដែរ?

**ចំលើយ:** *a.* កំលាំងសង្កត់: ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុត: $2,787(N)$, ត្រង់ចំនុចទាបបំផុត $3,963(N)$ ។

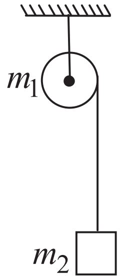
*b.* ល្បឿនរបស់យន្តហោះ: $v = 62,61(m/s)$ ។

២៥. ស្វៃមួយមានម៉ាស $m=500g$ ត្រូវបានព្យួរនៅចុងម្ខាងរបស់ខ្សែប្រវែង $l=50cm$ ។ ស្វៃវិលក្នុងប្លង់ដេកដោយល្បឿនមិនប្រែប្រួល យ៉ាងណាឲ្យខ្សែគូសបានជារាងកោនមួយ។ គេដឹងថា មុំដែលបង្កើតដោយខ្សែនិងទិសឈរគឺ $\alpha=30^0$ ។ កំណត់កំលាំងតំនឹងខ្សែ, ល្បឿនប្រវែង និងល្បឿនមុំរបស់ស្វៃ។

**ចំលើយ:** កំលាំងតំនឹងខ្សែ $T=5,66(N)$, ល្បឿប្រវែង $v=1,19(m/s)$, ល្បឿមុំ $\omega$=4,76(rad/s) ។

## ជំពូកទី III: ឌីណាមិចនៃប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុ និងអង្គធាតុរឹង

១. ស៊ីឡាំងតាន់មួយមានម៉ាស $m_1=3kg$ អាចវិលជុំវិញអ័ក្សដេកមួយ ត្រូតគ្នានឹងអ័ក្សរបស់វា។ នៅលើស៊ីឡាំងត្រូវបានរុំដោយខ្សែឆ្មារ, ទន់, មិនយឺត, មានម៉ាសអាចចោលបាន។ ចុងម្ខាងទៀតរបស់ខ្សែមានព្យួរអង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m_2=500g$ ។ គេលែងឲ្យអង្គធាតុ $m_2$ ធ្លាក់តាមទិសឈរ។ ចូររកសំទុះរបស់ $m_2$ និងកំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែ។ មិនគិតពីកំលាំងទប់នៃខ្យល់, កកិតនៅត្រង់អ័ក្សរង្វិលនៃស៊ីឡាំងអាចចោលបាន, យក $g=10m/s^2$ ។




**ចំលើយ:** សំទុះរបស់ $m_2$ គឺ: $a_2=2,5(m/s^2)$, តំនឹងខ្សែ $T=3,75(N)$ ។

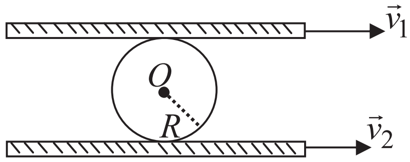
២. មនុស្សម្នាក់ឈរត្រង់ នៅចំកណ្ដាលកៅអី *Giucopski* (កៅអីដែលអាចវិលជុំវិញអ័ក្សនឹងមួយ)យ៉ាងណាឲ្យទំររបស់កំលាំងទំនាញដី មានអំពើទៅលើគាត់ ត្រូតទៅនឹងអ័ក្សរង្វិលរបស់កៅអី។ ដៃទាំងពីររបស់គាត់ កំពុងសន្ទឹង និងកាត់ដុំដែកពីរដូចគ្នា។ ដុំដែកនីមួយៗមានម៉ាស $m=2kg$, ដុំដែកទាំងពីរឃ្លាតពីខ្លួនគាត់បានប្រវែងស្មើគ្នា ហើយប្រវែងរវាងដុំដែកទាំងពីរគឺ $l_1=160cm$ ។ គេឲ្យប្រព័ន្ធ មនុស្ស និងកៅអីវិលស្មើដោយល្បឿនមុំ $\omega_1$=3,14rad/s ។

ពេលប្រព័ន្ធកំពុងវិល គឺមនុស្សនោះទំលាក់ដៃចុះដោយស្មើ យ៉ាងណាឲ្យប្រវែងរវាងដុំដែកទាំងពីរនៅមានប្រវែង $l_2=60cm$ ។ ចូរកំណត់ល្បឿនមុំរង្វិល $\omega_2$ របស់ប្រព័ន្ធ។

គេឲ្យម៉ូម៉ង់និចលភាពរបស់មនុស្ស និងកៅអី (មិនគិតពីដុំដែកទាំងពីរ) ធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិលគឺ $I_0=2,5kg.m^2$ ។ មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់, ចាត់ទុកវិមាត្ររបស់ដុំដែកទាំងពីរគឺតូចបំផុត។

**ចំលើយ:** ល្បឿនមុំរង្វិល $\omega_2=5,5rad/s$ ។

៣. កងមួយមានរាងជាស៊ីឡាំងកាំ $R$ ត្រូវបានដាក់នៅចន្លោះបន្ទាត់អបពីរដាក់ស្របគ្នា។បណ្ដាបន្ទាត់អប ផ្លាស់ទីទៅម្ខាងដោយល្បឿនរៀងគ្នាគឺ $\vec{v}_1$ និង $\vec{v}_2$ ។ ដឹងថាកងរមៀលដោយមិនរអិល។ កំណត់ ល្បឿនមុំវិលជុំវិញអ័ក្ស និងល្បឿននៃចលនារំកិលរបស់កង។



**ចំលើយ:** ល្បឿនមុំវិលជុំវិញអ័ក្ស: $\omega = \dfrac{1}{2R(v_1 - v_2)}$ , ល្បឿននៃចលនារំកិល: $v = \dfrac{1}{2}(v_1 + v_2)$ ។

៤. ឡានមួយកំពុងផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0 = 72km/h$ ក៏ចាប់ហ្វ្រាំងហើយឈប់ស្ងៀមក្នុងចន្លោះពេល $\Delta t = 5s$ ក្រោយមក, ចាត់ទុកចលនារបស់ឡាន គិតចាប់ពីពេលចាប់ហ្វ្រាំងជាចលនាយឺតស្មើ។

*a.* តើកង់ឡាន វិលថែមបានប៉ុន្មានជុំ គិតចាប់ពីពេលចាប់ហ្វ្រាំង។ ដឹងថាកង់ឡានមានកាំ $R = 35cm$ ។

*b.* គណនាសំទុះមុំរបស់កង់ឡាន។

**ចំលើយ:** *a.* វិលបាន $\Delta n = \dfrac{\Delta s}{2\pi R} = 22,74$ ជុំ *b.* សំទុះមុំ $\beta = -11,43 rad/s^2$ ។

៥. នៅលើថាសវង់ស្តើង, រាបស្មើ, ស្មើសាច់ កាំ $R$ មានចោះប្រហោងរាងជារង្វង់កាំ $r$ , ផ្ចិត $O'$ របស់ប្រហោងដែលចោះនៅចំងាយពីផ្ចិត $O$ របស់ថាសវង់ប្រវែង $R/2$ ។ កំណត់ទីតាំងទីប្រជុំទំងន់ថ្មីរបស់ថាស ។

**ចំលើយ:** ទីប្រជុំទំងន់ថ្មីរបស់ថាសស្ថិតនៅត្រង់ $G$ ដែល $OG = \dfrac{Rr^2}{2(R^2 - r^2)}$ ។

៦. ស៊ីឡាំងប្រហោងមួយ មានម៉ាស $m = 50kg$ , កាំ $R = 50cm$ កំពុងវិលជុំវិញអ័ក្សរបស់វាដោយល្បឿនមុំ 600 ជុំ/នាទី ក៏ត្រូវបានកំលាំងហ្វ្រាំងមួយ ដែលប៉ះនឹងផ្ទៃស៊ីឡាំង ហើយកែងនឹងអ័ក្សរង្វិលមានអំពើលើវា។ ១នាទីក្រោយមក ស៊ីឡាំងក៏បានឈប់។

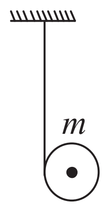
*a.* គណនាកម្មន្តរបស់កំលាំងហ្វ្រាំង។

*b.* កំណត់ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងហ្វ្រាំង និងទំហំរបស់កំលាំងហ្វ្រាំងប៉ះនោះ ។

**ចំលើយ:** *a.* កម្មន្តរបស់ហ្វ្រាំង $W = -24,67.10^3 J$

*b.* ម៉ូម៉ង់នៃកំលាំងហ្វ្រាំង: $M = -13,09(Nm)$ , កំលាំងហ្វ្រាំង: $F_t = -26,18N$ ។

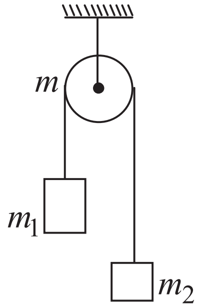
៧. នៅលើស៊ីឡាំងប្រហោងមួយ មានម៉ាស $m = 1kg$ គេរុំខ្សែមួយ ទន់, ស្រាល, មានម៉ាសអាចចោលបាន។ ចុងដែលនៅទំនេររបស់ខ្សែ ត្រូវបានភ្ជាប់នឹងទំរនឹងមួយ។ លែងឲ្យស៊ីឡាំងធ្លាក់ចុះក្រោមអំពើរបស់កំលាំងទំនាញដី។ រកសំទុះ ធ្លាក់របស់ស៊ីឡាំង និងកំលាំងតំនឹងខ្សែ។




មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់, យក $g = 10m/s^2$

**ចំលើយ:** សំទុះធ្លាក់របស់ស៊ីឡាំង: $a = 5m/s^2$ , កំលាំងតំនឹងខ្សែ: $T = 5N$ ។

៨. អង្គធាតុពីរមានម៉ាស $m_1 = 300g$ និង $m_2 = 100g$ ត្រូវបានភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែទន់, ឆ្មារ, មិនយឺត, ម៉ាសអាចចោលបាន ហើយត្រូវបានពាក់លើរ៉កនឹងមួយ។ រ៉ក ជាស៊ីឡាំងតាន់មួយមានម៉ាស $m = 200g$ ។ គេលែងដោយថ្នមៗឲ្យប្រព័ន្ធមានចលនា។ មិនគិតគ្រប់កកិត, ខ្សែមិនរអិលនៅលើរ៉ក។ យក $g = 10m/s^2$ ។ ចូរកំណត់សំទុះនៃចលនារបស់ប្រព័ន្ធ និងកំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែព្យួរនៅសងខាងរ៉ក។

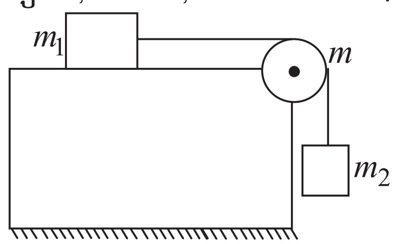



**ចំលើយ:** + សំទុះនៃចលនា: $a = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2 + 0,5m}.g = 4m/s^2$,

+ តំនឹងខ្សែ $T_1 = 1,8N$, $T_2 = 1,4N$ ។

៩. គេឲ្យអង្គធាតុពីរមានម៉ាស $m_1 = m_2 = 1kg$ ត្រូវបានភ្ជាប់គ្នាដោយខ្សែទន់, មិនយឺត, ម៉ាសអាចចោលបាន ហើយដាក់ពាក់នៅលើរ៉កដែលជាស៊ីឡាំង មានម៉ាស $m = 1kg$ ។ កកិតរវាងប្លង់តុដេកនិង $m_1$ មានមេគុណ $k = 0,2$ ។

គណនាសំទុះចលនារបស់ប្រព័ន្ធ និងកំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែនៅសងខាងរ៉ក។ មិនគិតកំលាំងទប់នៃខ្យល់, មិនគិតកកិតនៅត្រង់រ៉ក, យក $g = 10m/s^2$ ។



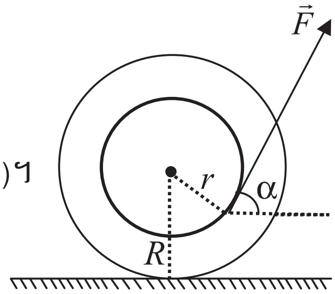

**ចំលើយ:** សំទុះនៃចលនារបស់ប្រព័ន្ធ: $a = \dfrac{m_2 - km_1}{m_1 + m_2 + 0,5m}.g = 3,2m/s^2$,

កំលាំងតំនឹងខ្សែ: $T_1 = 5,2N$ , $T_2 = 6,8N$ ។

១០. របុំអំបោះមួយមានម៉ាស $m$ ត្រូវបានដាក់នៅលើតុដេកមួយ។ រ៉ណ្ឌខាងក្រៅរបស់របុំអំបោះមានកាំ $R$, ផ្នែករុំអំបោះមានកាំ $r$ ។ ម៉ូម៉ង់និចលភាពរបស់របុំអំបោះធៀបនឹងអ័ក្សរបស់វាគឺ $I_0$ ។ គេកាន់ចុងរបស់ខ្សែអំបោះ ដើម្បីទាញរបុំអំបោះដោយកំលាំង $\vec{F}$ ផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ $\alpha$ ។

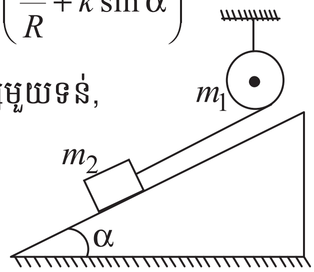
*a.* រកលក្ខខណ្ឌរបស់មុំ $\alpha$ ដើម្បីឲ្យរបុំអំបោះផ្លាស់ទីទៅខាងមុខ (ផ្នែកទាញរបុំអំបោះ)។

*b.* គេឲ្យមេគុណកកិតរវាងរបុំអំបោះ និងប្លង់តុគឺ $k$ ។ ចូរកំណត់លក្ខខណ្ឌរបស់ទំហំកំលាំង $\vec{F}$ ដើម្បីឲ្យរបុំអំបោះមិនរអិល។




**ចំលើយ:** *a.* លក្ខខណ្ឌមុំ $\alpha > \arccos\dfrac{r}{R}$

*b.* លក្ខខណ្ឌរបស់កំលាំង $F \le \dfrac{kmg(I_0 + mR^2)}{I_0(\cos\alpha + k\sin\alpha) + mR^2\left(\dfrac{r}{R} + k\sin\alpha\right)}$ ។



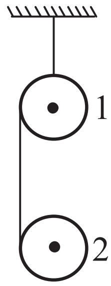

១១. គេឲ្យរ៉កនឹងមួយ ជាស៊ីឡាំងតាន់មានម៉ាស $m_1 = 200g$, នៅលើស៊ីឡាំងមានរុំខ្សែមួយទន់, មិនយឺត, ម៉ាសអាចចោលបាន។ ចុងទំនេររបស់ខ្សែ ត្រូវបានចងនឹងអង្គធាតុមួយមាន ម៉ាស $m_2 = 500g$, អង្គធាតុត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់ទេរមានមុំទេរ $\alpha = 45^0$ ។ កកិតរវាង $m_2$ និងប្លង់ទេរមានមេគុណ $k = 0,1$ ។ លែងឲ្យប្រព័ន្ធចលនា, យក $g = 10m/s^2$ ។

*a.* គណនាសំទុះចលនារបស់អង្គធាតុ $m_2$ ។

*b.* រកចំងាយចរ $m_2$ ចរបានក្នុង ២វិនាទីក្រោយមក គិតចាប់ពីពេលចាប់ផ្តើមមានចលនា។

**ចំលើយ:** *a.* សំទុះរបស់ $m_2$ : $a_2 = \dfrac{m_2(\sin\alpha - k\cos\alpha)}{0,5m_1 + m_2}.g = 5,3m/s^2$

*b.* ចំងាយចររបស់ $m_2$ : $s = 10.6m$ ។




១២. គេឲ្យស៊ីឡាំងតាន់, ស្មើសាច់ដូចគ្នាទាំងអស់, ម៉ាសរបស់ស៊ីឡាំងនីមួយៗគឺ $m = 2kg$ ។ នៅលើស៊ីឡាំងទាំងពីរ គេរុំខ្សែស្រាលពីរយ៉ាងណាឲ្យវាឆ្លុះគ្នា។ ស៊ីឡាំងខាងលើមានអ័ក្សរង្វិល នៅនឹង។ ពេលលែងឲ្យប្រព័ន្ធផ្លាស់ទី, ស៊ីឡាំងផ្នែកខាងក្រោមតែងស្ថិតនៅតាមទិសដេក។

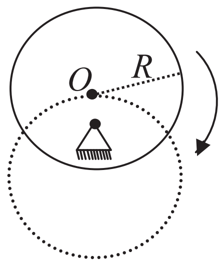
ចូរគណនាសំទុះនៃចលនារបស់ប្រព័ន្ធ និងកំលាំងតំនឹងរបស់ខ្សែនីមួយៗ។ យក $g = 10m/s^2$ ។

**ចំលើយ:** សំទុះនៃចលនា: $a = 8m/s^2$, តំនឹងខ្សែ $T = 2N$ ។

១៣. គណនាម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច របស់ផែនដីធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិលរបស់វា។ ចាត់ទុកផែនដី ជាស្វ៊ែតាន់ស្មើសាច់មានកាំ $R = 6400km$ និងមានម៉ាស $M = 6.10^{24}kg$, ខួបរង្វិលជុំវិញអ័ក្សរបស់ផែនដីគឺ $T = 24h$ ។

**ចំលើយ:** ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ផែនដី: $L = 7,15.10^{33}\,kgm^2/s$ ។

១៤. ថាសវង់ស្មើសាច់មួយ មានម៉ាស $m$ និងកាំ $R$ អាចវិលជុំវិញអ័ក្សដេកកែងនឹងថាស ហើយនៅចំងាយពីផ្ចិតថាស ប្រវែង $R/2$ ។ ដំបូង គេទប់ថាសឲ្យនៅទីតាំងមួយ យ៉ាងណាឲ្យផ្ចិតថាសខ្ពស់បំផុត, ក្រោយមកគេលែងថ្នមៗឲ្យថាសវិលដោយគ្មានល្បឿនដើម។ ចូរកំណត់ល្បឿនមុំ និងម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ថាសធៀបនឹងអ័ក្សរង្វិល ពេលថាសឆ្លងកាត់ទីតាំងដែលផ្ចិត របស់ថាសនៅទាបបំផុត។



**ចំលើយ:** ល្បឿមុំរបស់ថាស: $\omega=\sqrt{\frac{8g}{3R}}$, ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ថាស: $L=mR\sqrt{\frac{3}{2}gR}$ ។

១៥. ចូរគណនាថាមពលស៊ីនេទិចសរុបរបស់បណ្តាអង្គធាតុខាងក្រោម:

$a.$ ថាសតាន់ ស្មើសាច់មួយមានម៉ាស $m=2kg$ រមៀលដោយមិនរអិលនៅលើប្លង់ដេកដោយល្បឿន $v=4m/s$ ។

$b.$ ស្វ៊ែតាន់ ស្មើសាច់មួយមានម៉ាស $m=250g$ ,កាំ $R=6cm$ រមៀលដោយមិនរអិលនៅលើប្លង់តុដេក ដោយល្បឿនមុំ ω=20rad/s , ក្នុងពេលមានចលនា អ័ក្សរង្វិលរបស់វាមិនទិសមិនប្រែប្រួល ។

**ចំលើយ:** $a.\ E_c=24J$ $b.\ E_c=0,252J$ ។

១៦. របាររឹងមួយ មានប្រវែង $l=50cm$ និងមានម៉ាស $m_1=200g$ អាចវិលដោយសេរីជុំវិញអ័ក្សដេកមួយ កាត់តាមចុងខាងលើរបស់របារ ហើយកែងនឹងរបារ។ ពេលរបារកំពុងឈរនៅស្ងៀមត្រង់ទីតាំងលំនឹងស៊ប់, គ្រាប់បាញ់មួយមានម៉ាស $m_2=50g$ ហោះតាមទិសដេកកែងនឹងអ័ក្សរង្វិលរបស់របារដោយល្បឿន $v=100m/s$ បុកទំលុះ ហើយក៏តោងជាប់នឹងចុងខាងក្រោមរបស់របារ។ ចូររកល្បឿនមុំ របស់របារក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម។

**ចំលើយ:** ល្បឿនមុំរបស់របារ: $\omega=\frac{3m_2v}{(m_1+3m_2).l}=120rad/s$ ។

១៧. ប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុមួយមានបរិមាណចលនាសរុបគឺ $\vec{p}$ និងម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច $\vec{L}$ ធៀបនឹងចំនុច $O$ មួយ។ ចូរកំណត់ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ប្រព័ន្ធធៀបនឹងចំនុច $O'$ ។ ពេលណាទើបម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុ មិនអាស្រ័យនឹងចំនុច $O$ ។

**ចំលើយ:** + ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ប្រព័ន្ធធៀបនឹង $O'$: $\vec{L}'=\vec{L}-\vec{r}_0\wedge\vec{p}$ ។

+ ដើម្បីឲ្យម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុមិនអាស្រ័យនឹងចំនុច $O$, គឺ $\vec{L}'=\vec{L}$ ចំពោះគ្រប់ $\vec{r}_0$ គឺយើងត្រូវមាន $\vec{p}=0$ ។

១៨. ស្រាយបញ្ជាក់ថា ម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិច $\vec{L}$ របស់ប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុមួយ ធៀបនឹងចំនុច $O$ ភ្ជាប់នឹងប្រព័ន្ធគំរុយ $K$ អាចឲ្យដោយ: $\vec{L}=\vec{L}_0+\vec{r}_0\wedge\vec{p}$, ក្នុងនោះ $\vec{L}_0$ ជាម៉ូម៉ង់ស៊ីនេទិចរបស់ប្រព័ន្ធចំនុចរូបធាតុ ធៀបនឹងទីប្រជុំទំងន់របស់វា, $\vec{r}_0$ ជាកាំវ៉ិចទ័ររបស់ទីប្រជុំទំងន់ធៀបនឹងចំនុច $O$ ក្នុងប្រព័ន្ធ $K$, $\vec{p}$ ជាបរិមាណចលនាសរុបរបស់ប្រព័ន្ធ។

**ចំលើយ:** $\vec{L}=\vec{L}_0+\vec{r}_0\wedge\vec{p}$

១៩. ប៊ិចមួយមានប្រវែង $l=20cm$ ត្រូវបានគេទប់ឲ្យឈរត្រង់, ក្រោយមកលែងដោយថ្នមៗដើម្បីឲ្យវាដួលចុះលើប្លង់តុដេក, ចាត់ទុកថាក្នុងពេលដួល ចុងប៊ិចមិនរអិលនៅលើតុ។ ចូរកំណត់ ល្បឿនមុំរបស់ប៊ិចនៅ

ខណៈពេលដែលប៊ិចផ្គុំជាមួយទិសឈរបានមុំ $\alpha$ ។ អនុវត្តន៍ ត្រង់ខណៈពេលដែលប៊ិចស្ថិតនៅតាមទិសដេក ដោយយក $g=10m/s^2$ ។

**ចំលើយ:** ល្បឿនមុំរបស់ប៊ិច: $\omega=\sqrt{\frac{6g}{l}}.\sin\frac{\alpha}{2}$, អនុវត្តន៍: $\omega=12,23rad/s$ ។

២០. ពីកំពូលរបស់ប្លង់ទេរមួយ មានកំពស់ $h=50cm$ មានបណ្តាអង្គធាតុផ្សេងគ្នាត្រូវបានលែងឲ្យរមៀលដោយមិនរអិល ដោយគ្មានល្បឿនដើម។ យក $g=10m/s^2$ ។ គណនាល្បឿនប្រវែងរបស់បណ្តាអង្គធាតុត្រង់ជើងប្លង់ទេរ, បើ:

*a.* អង្គធាតុដែលត្រូវបានលែងជាស៊ីឡាំងតាន់មួយ។

*b.* អង្គធាតុដែលត្រូវបានលែងជាស៊ីឡាំងប្រហោងមួយ។

**ចំលើយ:** $a.\ v=\sqrt{\frac{4}{3}gh}=2,56m/s$  $b.\ v=\sqrt{gh}=2,24m/s$ ។

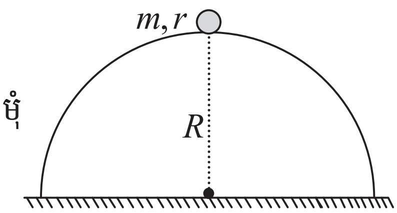
២១. ថាសវង់ស្មើសាច់មួយ មានម៉ាស $m_1=100kg$ និងកាំ $R=1,5m$ កំពុងវិលស្មើដោយល្បឿនមុំ $\omega=\pi/3$ rad/s ជុំវិញអ័ក្សរបស់វា ត្រូវបានដាក់ឈរត្រង់, នៅលើថាសមានមនុស្សម្នាក់មានម៉ាស $m_2=50kg$ ឈរត្រង់គែមថាស។

*a.* កំណត់ល្បឿនមុំរបស់ថាសពេលគាត់ដើរចូលមក និងឈរត្រង់ផ្ចិតថាស (ចាត់ទុកថាមនុស្សជាចំនុចរូបធាតុមួយ)។

*b.* គណនាកម្មន្តដែលអនុវត្តន៍ដោយមនុស្សនេះ ពេលផ្លាស់ទីពីគែម ថាសចូលផ្ចិតថាស។

**ចំលើយ:** $a.\ \omega=\frac{2\pi}{3}rad/s$  $b.\ A=123,37J$ ។

២២. ស្វ៊ែតាន់មួយ, ស្មើសាច់មានកាំ $r$ ចាប់ផ្តើមរមៀលដោយមិនរអិលពីកំពូលរបស់ស្វ៊ែមួយមានកាំ $R$ ។ កំណត់ទីតាំង ដែលស្វ៊ែធ្លាក់ចេញពីផ្ទៃស្វ៊ែ និងល្បឿនមុំរបស់ស្វ៊ែនៅត្រង់ទីតាំងនោះ ។




**ចំលើយ:** + ស្វ៊ែធ្លាក់ត្រង់ចំនុចដែលផ្គុំជាមួយខ្សែឈរបានមុំ $\alpha$ ដែល $\cos\alpha=\frac{10}{17}$ ។

+ ល្បឿនមុំរបស់ស្វ៊ែត្រង់ទីតាំងធ្លាក់: $\omega=\sqrt{\frac{10g(R+r)}{17r^2}}$ ។

២៣. កាំភ្លើងធំមួយមានម៉ាស $m_1=10^4kg$ អាចផ្លាស់ទីបានដោយគ្មានកកិតនៅលើផ្លូវដេកមួយ, ពេលផ្លាស់ទី កាំភ្លើងធំមានផ្ទុកគ្រាប់ផ្លោងដែលមានម៉ាស $m_2=100kg$ , គ្រាប់នោះអាចត្រូវបានបាញ់ចេញពីកាណុងដោយល្បឿន

$u = 500m/s$ ធៀបនឹងកាណុងកាំភ្លើង។ ចូរកំណត់ល្បឿនរបស់កាំភ្លើងធំ ក្រោយពេលបាញ់ភ្លាមក្នុងបណ្តាករណីខាងក្រោមៈ

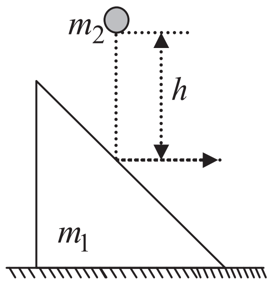
$a.$ ពេលបាញ់ កាំភ្លើងធំនៅស្ងៀម, គ្រាប់ត្រូវបានបាញ់តាមទិសដេក។

$b.$ ពេលបាញ់ កាំភ្លើងធំនៅស្ងៀម, គ្រាប់ត្រូវបានបាញ់ឡើងទៅលើផ្គុំជាមួយទិសដេកបានមុំ $\alpha = 60^0$ ។

$c.$ ពេលបាញ់ កាំភ្លើងធំផ្លាស់ទីដោយល្បឿន $v_0 = 18km/h$, គ្រាប់ត្រូវបានបាញ់តាមទិសដេកទៅខាងមុខ។

**ចំលើយៈ** $a.\ v = -5m/s$ $b.v = -2,5m/s$ $c.v = 0m/s$ ។

២៤. គេឲ្យស្នៀតមួយមានរាងជាត្រីកោណកែងសមបាត, មានម៉ាស $m_1 = 5kg$ កំពុងនៅស្ងៀមនៅលើកំរាលដេក។ គេទំលាក់លើប្លង់ស្នៀត នូវអង្គធាតុតូចមួយមានម៉ាស $m_2 = 0,5kg$ ពីកំពស់ $h = 1m$ (ធៀបនឹងចំនុចទង្គិចនៅលើផ្ទៃស្នៀត)។ ក្រោយពេលទង្គិច, អង្គធាតុ $m_2$ ត្រូវបានលោតតាមទិសដេក។ ចូរកំណត់ល្បឿនផ្លាស់ទីរបស់ស្នៀតក្រោយពេលទង្គិចភ្លាម។ មិនគិតពីកកិតទាំងអស់, យក $g = 10m/s^2$, ចាត់ទុកទង្គិចគឺខ្ទាតទាំងស្រុង។




**ចំលើយៈ** $v = \dfrac{m_2}{\sqrt{m_1(m_1+m_2)}}\sqrt{2gh} = 0,426m/s$ ។

២៥. កាំជ្រួចមួយ ដំបូងឈរស្ងៀម មានម៉ាសសរុបគឺ $m_0 = 270kg$, ក្រោយមកបញ្ចេញឧស្ម័នទៀងទាត់ចេញពីខាងក្រៅដោយល្បឿនមិនប្រែប្រួល $u = 300m/s$ ធៀបនឹងកាំជ្រួច, បរិមាណឧស្ម័នដែលបញ្ចេញក្នុងមួយវិនាទីម្តងៗគឺ $\Delta m = 90g$ ។

$a.$ តើក្នុងរយៈពេលប៉ុន្មានក្រោយមកទើបល្បឿនរបស់កាំជ្រួចកើនដល់ $v_1 = 40m/s$ ។

$b.$ ពេលម៉ាសសរុបរបស់កាំជ្រួចនៅសល់ $m_2 = 90kg$ នោះល្បឿនរបស់កាំជ្រួចស្មើនឹងប៉ុន្មាន?

**ចំលើយៈ** $a.\ t = \dfrac{m_0}{\Delta m}.\dfrac{\exp\left(\dfrac{v_1}{u}\right)-1}{\exp\left(\dfrac{v_1}{u}\right)} = 374,48s$

$b.\ v_2 = u\ln\left(\dfrac{m_0}{m_2}\right) = 329,58m/s$ ។

## ជំពូកទី IV : ថាមពល

១. ឡានមួយមានម៉ាស $m = 10^3 kg$ ចាប់ផ្តើមរត់នៅលើផ្លូវដេកមួយ។ ម៉ូទ័របង្កើតកំលាំងធំបំផុតស្មើ $10^3 N$ ។ គណនា រយៈពេលអប្បបរមាដើម្បីឲ្យឡានទទួលបានល្បឿន $u = 3m/s$ ក្នុងករណីៈ

$a.$ អនុភាពអតិបរមារបស់ម៉ូទ័រឡានស្មើ $P = 4kW$ ។

$b.$ អនុភាពអតិបរមានោះស្មើ $P' = 1kW$ ។ មិនគិតគ្រប់កកិត។

**ចំលើយៈ** $a.\ t = 3s$ $b.\ t = 5s$ ។

២. បាវខ្សាច់មួយ រអិលដោយគ្មានល្បឿនដើមពីកំពស់ $h = 2m$ តាមប្លង់ទេរមានមុំ $\alpha = 45^0$ ធៀបនឹងទិសដេក, ទង្គិចនឹងកំរាល រួចរអិលនៅលើប្លង់កំរាល។ វាឈប់ស្ងៀមត្រង់ចំនុចមួយ នៅចំងាយពីជើងប្លង់ទេរប្រវែងប៉ុន្មាន? គេដឹងថា មេគុណកកិតរវាងបាវខ្សាច់ និងប្លង់ទេរ រឺជាមួយនឹងកំរាលគឺ $k = 0,5$, យក $g = 10m/s^2$ ។

**ចំលើយៈ** វាឈប់នៅប្រវែង $x = 0,25m$ ពីជើងប្លង់ទេរ។

៣. គណនាកម្មន្តចាំបាច់ ដើម្បីឲ្យរ៉ឺស័រមួយលូតបាន $x_0 = 20cm$, គេដឹងថាកំលាំងទាញ សមាមាត្រនឹងកំរិតលូតរបស់រ៉ឺស័រ ហើយមេគុណសាច់លូតរបស់រ៉ឺស័រ (ថេរកំរាញ) គឺ $k = 3000N/m$ ។

**ចំលើយៈ** កម្មន្តចាំបាច់ៈ $A = 60J$ ។

៤. ថាមពលស៊ីនេទិចរបស់ភាគល្អិតមួយ ផ្លាស់ទីនៅលើរង្វង់មានកាំ $R$ អាស្រ័យនឹងចំងាយចរដែលចរបាន $s$ ឲ្យតាមច្បាប់ៈ $E_c = as^2$, $a$ ជាចំនួនថេរ។ គណនាកំលាំងដែលមានអំពើទៅលើភាគល្អិត, ចាត់ទុកថាកំលាំងជាអនុគមន៍នៃ $s$ ។

**ចំលើយៈ** កំលាំងដែលមានអំពើលើភាគល្អិតៈ $F = 2as\sqrt{1 + \left(\frac{s}{R}\right)^2}$ ។

៥. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m$ ត្រូវបានចោលឡើងតាមបណ្តោយប្លង់ទេរមានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។ ល្បឿនដើមរបស់វាគឺ $v_0$ ; មេគុណកកិតស្មើ $k$ ។ គណនាចំងាយចរ ដែលចរបានរបស់អង្គធាតុរហូតដល់ពេលឈប់ស្ងៀម និងគណនាកម្មន្តនៃកំលាំងកកិតនៅលើចំងាយចរនោះ។

**ចំលើយៈ** ចំងាយចរ $s = \frac{v_0^2}{2g(\sin\alpha + k\cos\alpha)}$, កម្មន្ត $A = -\frac{kmv_0^2}{2(k + \tan\alpha)}$ ។

៦. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m=3kg$ រអិលពីកំពូលប្លង់ទេរមួយ នៅកំពស់ $0,5m$, ប្រវែងប្លង់ទេរស្មើ $1m$ ។ ពេលទៅដល់ជើងប្លង់ទេរ, ល្បឿនរបស់អង្គធាតុស្មើ $v=2,45m/s$ ។

$a.$ គណនាកម្មន្ត នៃកំលាំងកកិតពេលអង្គធាតុរអិលនៅលើប្លង់ទេរ។ គេដឹងថា ល្បឿនដើមរបស់អង្គធាតុស្មើសូន្យ, និងយក $g=10m/s^2$ ។

$b.$ កំណត់មេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុ និងប្លង់ទេរ។

**ចំលើយ:** $a.$ កម្មន្ត: $A=6J$ $b.$ មេគុណកកិត: $k=0,23$ ។

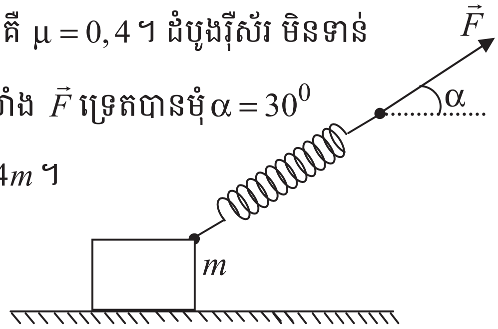
៧. គ្រាប់បាញ់មួយមានម៉ាស $m=10g$ កំពុងហោះដោយល្បឿន $v_0=100m/s$ ក៏ទៅបុកនឹងបន្ទះក្តារក្រាស់មួយ ហើយដោតជាប់នឹងបន្ទះក្តារបានប្រវែង $s=4cm$ ។ ចូររក:

$a.$ កំលាំងទប់ជាមធ្យមរបស់បន្ទះក្តារ មានអំពើទៅលើគ្រាប់បាញ់។

$b.$ ល្បឿនគ្រាប់បាញ់ ក្រោយពេលចេញផុតពីបន្ទះក្តារ, បើបន្ទះក្តារមានកំរាស់តែ $s'=2cm$ ។

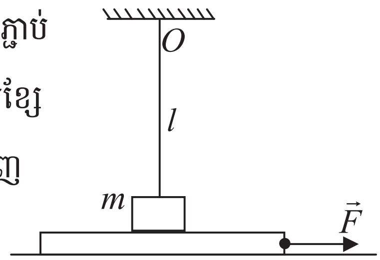
**ចំលើយ:** $a.$ កំលាំងទប់ $F=1250N$ $b.$ ល្បឿនគ្រាប់បាញ់ $v=70(m/s)$ ។

៨. រ៉ឺស័រមួយមានម៉ាសអាចចោលបាន មានថេរកំរាញ $k=300N/m$, ចុងម្ខាងរបស់រ៉ឺស័រចងនឹងអង្គធាតុ, មានម៉ាស $m=12kg$ ស្ថិតនៅលើប្លង់ដេក។ មេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុ និងប្លង់គឺ $\mu=0,4$ ។ ដំបូងរ៉ឺស័រ មិនទាន់ប្តូរទ្រង់ទ្រាយ។ ក្រោយមក គេមានអំពើលើចុងទំនេររបស់រ៉ឺស័រនូវកំលាំង $\vec{F}$ ទ្រេតបានមុំ $\alpha=30^0$ ធៀបនឹងទិសដេក នោះអង្គធាតុផ្លាស់ទីយ៉ាងយឺតបានប្រវែង $s=0,4m$ ។ ចូរគណនា កម្មន្តរបស់កំលាំង $F$ ក្នុងបំលាស់ទីខាងលើ។



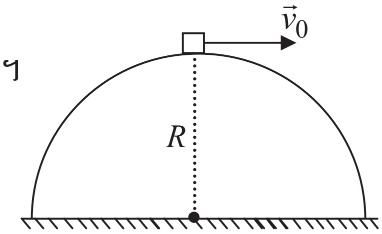

**ចំលើយ:** កម្មន្តរបស់កំលាំង: $A=19J$ ។

៩. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m=1kg$ ត្រូវបានដាក់នៅលើបន្ទះក្តាររាបស្មើមួយ, វត្ថុទាំងពីរត្រូវបានដាក់នៅលើប្លង់កំរាលដេកមួយ។ អង្គធាតុត្រូវបានភ្ជាប់ទៅនឹងចំនុច $O$ ដោយខ្សែស្រាលមួយ, យឺត, មានប្រវែងដើម $l_0=40cm$ ហើយខ្សែមានទិសឈរត្រង់។ មេគុណកកិតរវាងអង្គធាតុ និងបន្ទះក្តារគឺ $\mu=0,2$ ។ គេទាញបន្ទះក្តារយឺតៗតាមទិសដេក រហូតដល់ពេលអង្គធាតុចាប់ផ្តើមរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ, ពេលនោះខ្សែឃ្លាតចេញពីទិសឈរបានមុំ $\alpha=30^0$ ។ គណនាកម្មន្ត នៃកំលាំងកកិតដែលមានអំពើលើអង្គធាតុ គិតចាប់ពីពេលទាញបន្ទះក្តារ រហូតដល់ពេលអង្គធាតុចាប់ផ្តើមរអិលនៅលើបន្ទះក្តារ, ឲ្យ $g=10m/s^2$ ។



**ចំលើយ:** កម្មន្តនៃកំលាំងកកិត: $A=0,09J$ ។

១០. អង្គធាតុតូចមួយ រអិលដោយគ្មានកកិតនៅលើផ្ទៃខាងក្រៅរបស់កន្លិបស្វ៊ែមួយ មានកាំ $R=1,5m$ ។ គេដឹងថា អង្គធាតុរអិលពីកំពូលចុះក្រោម។ សួរថា:

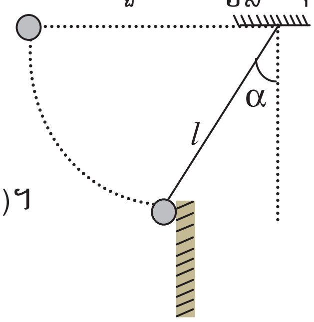



*a.* អង្គធាតុនឹងធ្លាក់ចុះពីផ្ទៃកន្លិបស្វ៊ែនៅកំពស់ណា? (ធៀបនឹងបាតកន្លិបស្វ៊ែ)។ បើល្បឿនដើម $v_0$ របស់អង្គធាតុស្មើសូន្យ។

*b.* ត្រូវផ្តល់ល្បឿនដើមទៅឲ្យអង្គធាតុ $v_0$ តាមទិសដេក មានតំលៃតូចបំផុត ស្មើប៉ុន្មាន ដើម្បីឲ្យអង្គធាតុអាចធ្លាក់ចេញពីផ្ទៃកន្លិបស្វ៊ែដោយមិនរអិល។ គេឲ្យ $g=10m/s^2$ ។

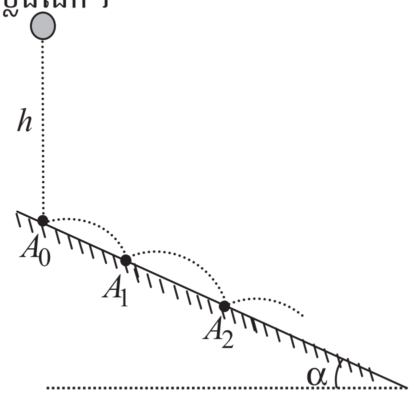
**ចំលើយ:** *a.* កំពស់ធ្លាក់: $h=\dfrac{2R}{3}=1m$ *b.* ល្បឿនដើម $v_{0\min}=\sqrt{Rg}=3,87(m/s)$ ។

១១. គ្រាប់ឃ្លីដែកមួយ ព្យួរនឹងខ្សែមានប្រវែង $l=1m$ ត្រូវបានទាញចេញឲ្យខ្សែស្ថិតតាមទិសដេក រួចលែងឲ្យធ្លាក់ចុះ ដោយគ្មានល្បឿនដើម។ ពេលមុំរវាងខ្សែនិងបន្ទាត់ឈរត្រង់ស្មើនឹង $\alpha=30^0$, គឺគ្រាប់ឃ្លីដែកទង្គិចខ្ទាតទៅនឹងបន្ទះដែកមួយត្រូវបានដាក់ឈរត្រង់។ តើគ្រាប់ឃ្លីនេះផ្ទាត់ឡើងទៅដល់កំពស់ $h$ ស្មើប៉ុន្មានក្រោយពេលទង្គិច។ (ធៀបនឹងទីតាំងលំនឹង)។




**ចំលើយ:** កំពស់ដែលឡើងដល់ $h=\dfrac{\sqrt{3}}{8}.l=21,7m$ ។

១២. គ្រាប់ឃ្លីមួយ ធ្លាក់ពីកំពស់ $h$ ចុះទៅលើប្លង់ទេរមួយមានមុំទេរ $\alpha$ ធៀបនឹងប្លង់ដេក។



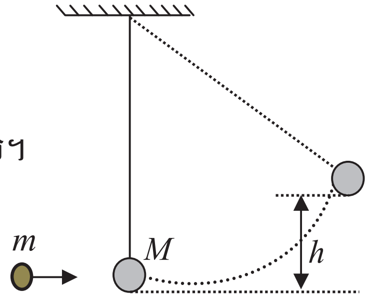

*a.* គណនាផលធៀប ចំងាយចររវាងបណ្តាចំនុចទង្គិចរបស់គ្រាប់ឃ្លីទៅនឹងប្លង់ទេរ។ ចាត់ទុកថាទង្គិច ជាទង្គិចខ្ទាតទាំងស្រុង។

*b.* គណនាចន្លោះពេល គិតចាប់ពីពេលគ្រាប់ឃ្លីចាប់ផ្តើមធ្លាក់ពីចំនុច $M$ ទៅដល់ពេលវាចាប់ផ្តើមទង្គិចដី។ គេដឹងថា $h=5cm$, $A_0B=2m; g=10m/s^2; \alpha=30^0$ ។

**ចំលើយ:** *a.* ផលធៀប: $\dfrac{A_1A_2}{A_0A_1}=2; \dfrac{A_2A_3}{A_1A_2}=3; \ldots$

*b.* ចន្លោះពេលសរុប: $t=0,9s$ ។

១៣. ប៉ោលទោលសំរាប់សាកគ្រាប់មួយមានម៉ាស $M$ , គ្រាប់បាញ់មានម៉ាស $m$ ហោះតាមទិសដេក, ទំលុះចូលបាវខ្សាច់ (ប៉ោលទោល) ហើយត្រូវបានបៀមជាប់នៅក្នុងបាវខ្សាច់ ក្នុងពេលនោះដែរ បាវខ្សាច់ត្រូវបានលើកឡើងដល់កំពស់ $h$ ។




*a.* ចូរបង្កើតកន្សោម គណនាល្បឿនគ្រាប់បាញ់ក្រោយពេលទង្គិចនឹងបាវខ្សាច់ភ្លាម។

*b.* គណនាផលធៀបជាភាគរយ នៃថាមពលរបស់គ្រាប់បាញ់ ដែលបំលែងជាកំដៅពេលទង្គិច។ គេឲ្យ $m = 20g; M = 1,2kg$ ។

*c.* ម៉ាសគ្រាប់បាញ់ $m = 20g$ ។ តើម៉ាសបាវខ្សាច់មានតំលៃអតិបរមាស្មើប៉ុន្មានដើម្បីឲ្យបាវខ្សាច់ផ្លាស់ទីបាន។ គេដឹងថាបាវខ្សាច់ (មានទាំងគ្រាប់បាញ់នៅខាងក្នុង) ផ្លាស់ទីបានពេលថាមពលស៊ីនេទិចរបស់បាវខ្សាច់ $\geq 1\%$ នៃថាមពលរបស់គ្រាប់បាញ់មុនពេលទង្គិច។

**ចំលើយ:** *a.* កន្សោមល្បឿន $v = \dfrac{M+m}{m}\sqrt{2gh}$

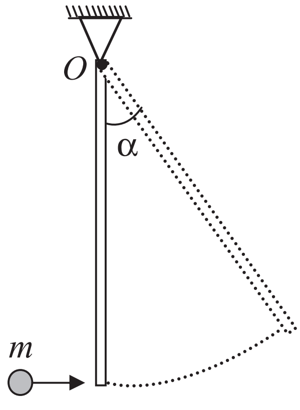
*b.* ថាមពលដែលបំលែងជាកំដៅគិតជាភាគរយ $Q = 98,4\%$

*c.* ម៉ាសបាវខ្សាច់ $M_{\max} = 1,98kg$ ។

១៤. ស៊្វែតាន់មួយ ស្មើសាច់មានកាំ $R$ និងម៉ាស $m = 1kg$ , រមៀលដោយមិនរអិលក្នុងល្បឿន $v_1 = 36km/h$ ទៅទង្គិចនឹងជញ្ជាំង រួចខ្ទាតចេញមកវិញដោយល្បឿន $v_2 = 28,8km/h$ ។ គណនាបរិមាណកំដៅ ដែលភាយចេញក្នុងពេលទង្គិចគ្នា។

**ចំលើយ:** បរិមាណកំដៅដែលភាពចេញ $Q = 25,2J$ ។

១៥. របារស្មើសាច់មួយមានប្រវែង $l$ និងម៉ាស $M$ , អាចវិលជុំវិញអ័ក្សមួយស្ថិតតាមទិសដេកកាត់តាមចុងខាងលើរបស់របារ។ គ្រាប់បាញ់មួយ មានម៉ាស $m$ ហោះតាមទិសដេកទៅបុកនឹងចុងខាងក្រោមរបស់របារ ហើយត្រូវបៀមជាប់នៅក្នុងរបារ។ ក្រោយពេលទង្គិច របារងាកបានមុំ $\alpha$ ធៀបនឹងទិសឈរ, ចាត់ទុកថា $m << M$ ។ រកល្បឿនគ្រាប់បាញ់មុនពេលទង្គិច។




**ចំលើយ:** ល្បឿនគ្រាប់បាញ់មុនទង្គិច $v_0 \approx \dfrac{M}{m}\sqrt{\dfrac{2}{3}gl.\sin\dfrac{\alpha}{2}}$ ។

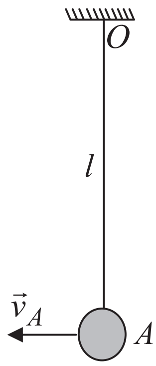
១៦. ក្បាលម៉ាស៊ីនរថភ្លើងមួយមានម៉ាស $m$ បញ្ឆេះម៉ាស៊ីនឲ្យរត់ពីស្ថានីយ៍ យ៉ាងណាឲ្យល្បឿនរបស់វាឲ្យតាមច្បាប់: $v=a\sqrt{s}$ , ដែល $a$ ជាចំនួនថេរ, $s$ ជាចំងាយចរផ្លាស់ទីបាន។ គណនាកម្មន្តសរុប របស់គ្រប់បណ្តាកំលាំងដែលមានអំពើលើក្បាលម៉ាស៊ីនរថភ្លើងដំណើរការក្នុង $t$ វិនាទីគិតចាប់ពីពេលបញ្ឆេះម៉ាស៊ីន។

**ចំលើយ:** កម្មន្តសរុប $A=\frac{1}{8}ma^4t^2$ ។

១៧. កាំភ្លើងធំមួយមានម៉ាស $M=450kg$ បាញ់គ្រាប់តាមទិសដេក។ គ្រាប់កាំភ្លើងមានម៉ាស $m=5kg$ , ល្បឿននៅក្បាលកាណុង $v=450m/s$ ។ ពេលបាញ់ ទំរកាំភ្លើងកន្ត្រាក់ទៅខាងក្រោយបានប្រវែង $S=45cm$ ។ រកកំលាំងហ្វ្រាំងជាមធ្យមដែលមានអំពើលើកាំភ្លើង។

**ចំលើយ:** កំលាំងហ្វ្រាំង $F=12500N$ ។

១៨. ស្វ៊ែមួយ មានម៉ាស $m=0,1kg$ ត្រូវបានភ្ជាប់នៅចុងម្ខាងនៃរបារស្រាល, មានម៉ាសអាចចោលបាន, ប្រវែង $l=1,27m$ ។ ប្រព័ន្ធវិលជុំវិញប្លង់ឈរ ជុំវិញចុងម្ខាងទៀតរបស់របារ។ ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុតស្វ៊ែមានល្បឿន $v_0=4,13m/s$ ។




$a.$ រកភាពអាស្រ័យរបស់ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល និងថាមពលស៊ីនេទិចរបស់ស្វ៊ែជាអនុគមន៍នៃ $\alpha$ ដែលផ្គុំដោយរបារ និងទិសឈរត្រង់។ គល់ធៀបដើម្បីគណនាថាមពលប៉ូតង់ស្យែលគឺនៅត្រង់ទីតាំងទាបបំផុត។

$b.$ កំណត់កំលាំងដែលមានអំពើ $F$ របស់ស្វ៊ែទៅលើរបារ ជាអនុគមន៍នៃ $\alpha$ ។ គណនា $F$ ត្រង់បណ្តាចំនុចទាបបំផុត និងខ្ពស់បំផុត?

**ចំលើយ:** $a.$ + ថាមពលប៉ូតង់ស្យែល $E_p=mgl(1-\cos\alpha)$ ,

+ ថាមពលស៊ីនេទិច $E_c=\frac{1}{2}mv_0^2+mgl(1+\cos\alpha)$

$b.$ + កំលាំង $F=m\left(2g+3g\cos\alpha+\frac{v_0^2}{l}\right)$

+ ត្រង់ចំនុចខ្ពស់បំផុត $F=0,36N$ , ត្រង់ចំនុចទាបបំផុត $F=6,2N$ ។

១៩. អង្គធាតុមួយមានម៉ាស $m_1$ ផ្លាស់ទីទៅទង្គិចនឹងអង្គធាតុទីពីរដែលកំពុងនៅស្ងៀម, មានម៉ាស $m_2$ ។ ចាត់ទុកថាទង្គិចនេះ ជាទង្គិចខ្ទាតចោះផ្ទិត។ ចូរកំណត់ ចំនួនភាគរយ ថាមពលស៊ីនេទិចដើមរបស់អង្គធាតុទីមួយ ដែលបានផ្តល់

ឲ្យអង្គធាតុទីពីរក្រោយពេលទង្គិច? អនុវត្តន៍ ចំពោះករណីៈ $m_1 = m_2$ និង $m_1 = 9m_2$ ។

**ចំលើយៈ** + $\dfrac{E_{c2}'}{E_{c1}} = \dfrac{4m_1m_2}{(m_1+m_2)^2}$,

+ ចំពោះ $m_1 = m_2$ គេបាន $\dfrac{E_{c2}'}{E_{c1}} = 1 = 100\%$,

+ ចំពោះ $m_1 = 9m_2$ គេបាន $\dfrac{E_{c2}'}{E_{c1}} = 0,36 = 36\%$ ។

សូមអភ័យទោសរាល់កំហុសឆ្គងដែលអាចកើតមានដោយអចេតនា នៅក្នុងកំរងលំហាត់នេះផង!!